INFORMACIÓN SOBRE LA EBAU

CURSO 2022/2023

MATEMÁTICAS II

1. CONTENIDOS, MATRICES DE ESPECIFICACIONES Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

En la materia Matemáticas II el 100 % de la calificación de la prueba se obtiene evaluando los estándares de aprendizaje definidos en la matriz de especificaciones publicada en el Anexo I de la Orden PCM/58/2022 , y en la elaboración de la prueba se utilizará, al menos, un estándar de aprendizaje por cada uno de los bloques de contenido, o agrupaciones de los mismos, que figuran en la matriz de especificaciones de la materia.

Siguiendo las recomendaciones de la matriz de especificaciones, el esquema del examen será:

EJERCICIO	BLOQUE	PUNTUACIÓN
1A/1B	2. Números y álgebra	2.5 puntos
2A/2B	3. Análisis	2.5 puntos
3A/3B	4. Geometría	2.5 puntos
4A/4B	5. Estadística y Probabilidad	2.5 puntos

Se ha distribuido el 20 % del Bloque 1 ‘Procesos, métodos y actitudes en matemáticas’ entre los ejercicios del resto de los bloques. Además, se establecen los siguientes criterios generales:

- Los apartados de los ejercicios propuestos se consideran independientes. Por ello para resolver los apartados pueden apoyarse en los enunciados previos sin necesidad de haberlos realizado.

- En el caso de apartados dependientes, se tendrán en cuenta los resultados previos obtenidos, salvo que ello conlleve una simplificación o un cambio sustancial en el enunciado del problema.
- Se primará la utilización de formatos simbólicos en los números irracionales, como, por ejemplo $\sqrt{2}$, π, e, ...
- Las operaciones deben realizarse con fracciones y no con números aproximados.
- Si se trabaja con expresiones decimales debe aproximarse a 4 cifras.
- Si un estudiante no ha calculado o no encuentra algún dato necesario en el ejercicio (distribución normal) puede proseguir indicando con una constante (A, B, por ejemplo) el valor que necesita.
- Para trabajar con la distribución normal de probabilidad de media 0 y distribución típica 1 se proporcionarán un conjunto de valores de la función de distribución de la normal: $F(x) = P(Z \leq x)$, $x \geq 0$.
- Los valores mínimos para la aproximación de la distribución binomial por la normal son $n \geq 30$, $np \geq 5$, $nq \geq 5$.
- En los cálculos de la binomial se podrán dejar indicadas las potencias p^n, q^{1-n}, pero se deberá calcular el número combinatorio.
- En el cálculo de primitivas se deberá indicar el cambio de variable.
- En el cálculo de primitivas por descomposición de fracciones elementales se considerarán sólo raíces simples.
- No se obligará a la resolución de sistemas con la regla de Cramer.
- En la optimización con funciones formadas por raíces de funciones positivas (función distancia...) se puede directamente elevar al cuadrado.
- No se pedirán enunciados de teoremas, aunque sí su interpretación.

- En la corrección de los ejercicios de la prueba EBAU no se necesitará, salvo que se diga expresamente, comprobar que los extremos relativos sean también absolutos.
- No se tendrá en cuenta despistes.
- No se tendrán en cuenta incorrecciones debidas a errores previos, salvo que el error conlleve una simplificación.
- Es válido cualquier método de resolución de un ejercicio y/o problemas siempre que sea correcto y esté debidamente explicado. Es importante explicar el procedimiento de resolución.

2. ESTRUCTURA DE LA PRUEBA

La prueba constará de ocho preguntas. El alumnado deberá elegir cuatro cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. Todas las preguntas serán de tipo abierto, teniendo en cuenta que esta categoría de preguntas, según la Orden PCM/58/2022, se define de la siguiente manera:

✓ **Abiertas:** Preguntas que exigen construcción por parte del alumnado y que no tienen una sola respuesta correcta inequívoca. Se engloban en este tipo las producciones escritas y las composiciones plásticas.

3. DESARROLLO DE LA PRUEBA Y MATERIALES PERMITIDOS

La prueba constará de ocho preguntas. El alumnado deberá elegir cuatro cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. En caso de realizar más de cuatro preguntas se corregirán únicamente las determinadas en la normativa general de las pruebas.

Se velará por la adopción de las medidas necesarias para asegurar la igualdad de oportunidades, no discriminación y accesibilidad universal del alumnado con necesidades educativas especiales derivadas de discapacidad, adaptando la prueba a los requerimientos del alumnado según el informe psicopedagógico aportado por el centro y que deberá ser coherente con las medidas aplicadas durante la etapa del Bachillerato.

Para el desarrollo de la prueba al alumnado se le proporcionará el siguiente material:

- Una única hoja DNI-A3 en la que realizará la resolución de las preguntas elegidas.
- Una única hoja DIN-A4 de borrador como apoyo para anotaciones, operaciones, gráficos, etc., que les ayude a la resolución de la prueba. Esta hoja borrador NO formará parte del examen y no se recogerá junto con el ejercicio.

El alumnado únicamente podrá utilizar bolígrafo azul o negro de tinta indeleble. No están permitidos los bolígrafos de otros colores, los de tinta borrable y los lápices.

En la realización del examen se permitirá el uso de una única calculadora, siempre que no presente alguna de las siguientes prestaciones: posibilidad de trasmitir datos, programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, derivadas e integrales, almacenamiento de datos alfanuméricos. En la página web de la Universidad de Oviedo se publicará una lista orientativa de calculadoras permitidas.

4. CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN

La calificación otorgada a cada pregunta/apartado deberá ser, salvo excepciones, en fracciones mínimas de 0,25 puntos, y la calificación de la prueba se expresará en una escala de 0 a 10 puntos.

Los objetivos generales que se pretenden valorar en el examen son:

- Capacidad de transcribir los problemas cotidianos, expresados en un lenguaje usual, al lenguaje matemático.
- Capacidad de interpretar desde un punto de vista práctico el significado de las soluciones obtenidas y de obtener conclusiones a partir de dichas soluciones.

- Conocimiento y manejo con soltura de las técnicas de Álgebra, Análisis, Geometría y Probabilidad y Estadística que constituyen el currículo de la asignatura 'Matemáticas II'.

Para obtener la puntuación máxima se deberá responder razonadamente a todos los apartados de las preguntas, por cualquier método siempre que sea correcto y debidamente justificado.

5. MODELO DE EXAMEN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente CUATRO preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen (1A, 1B, 2A, 2B, 3A, 3B, 4A, 4B).

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 *minutos. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de* 2.5 *puntos. La calificación máxima total será de* 10 *puntos.*

PREGUNTA 1.A

Discutir y resolver en los casos en los que sea compatible

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & y & + & z & = & a \\ 2x & + & y & + & 2z & = & 2a \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 3 \end{array}\right\} \qquad (2.5 \textit{ puntos})$$

PREGUNTA 1.B

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ calcule

a) (1.5 puntos) Su rango.

b) (0.5 puntos) Si existe, una columna combinación lineal de las restantes.

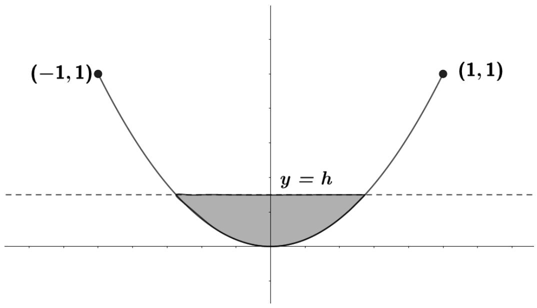
c) (0.5 puntos) Si existe, una fila combinación lineal de las restantes.

PREGUNTA 2.A

Se tiene un abrevadero de longitud 6 m y altura 1 m. Su sección es la descrita en la figura formada por la parábola $y = x^2$. Por h indicamos la altura del nivel del líquido.

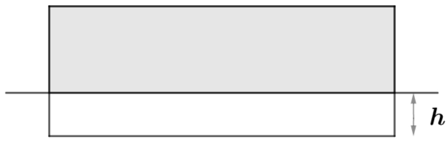
a) (1.5 puntos) Comprueba que el área de la región S, sombreada en la figura, en función de h se puede expresar como $S(h) = \frac{4h\sqrt{h}}{3}$.

b) (1 punto) Determina la altura h donde se alcanza la mitad del volumen total del abrevadero. (Nota: Volumen=S$\times$longitud).



PREGUNTA 2.B

Se tienen 20 m de marco metálico para construir una valla publicitaria rectangular. El terreno donde se quiere instalar la valla es fangoso y al colocarla se hunde una altura h que es la quinta parte de la anchura de la valla. Calcula las medidas de la valla de forma que el área visible (la sombreada en la figura) sea la máxima posible. (2.5 puntos)



PREGUNTA 3.A

Los puntos $A(0,1,0)$ y $B(-1,1,1)$ son dos vértices de un triángulo. El tercero, C, pertenece a la recta $r : \begin{cases} x = 4 \\ z = 1 \end{cases}$. Además la recta que une A y C es perpendicular a la recta r.

a) (1.5 puntos) Determina el punto C.

b) (1 punto) Calcula el área del triángulo.

PREGUNTA 3.B

Se consideran los puntos $A(2,1,0)$ y $B(1,0,-1)$ y la recta r que determinan. Sea la recta definida por $s : \begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 0 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Estudia la posición relativa de las rectas.

b) (1.25 puntos) Determina el punto C de la recta s tal que los vectores $\overrightarrow{CA}$ y $\overrightarrow{CB}$ sean perpendiculares.

PREGUNTA 4.A

Se tienen dos dados, uno normal con las caras numeradas de 1 a 6, y otro trucado con 4 caras numeradas con el número 5 y 2 caras numeradas con el número 6. Se elige uno de los dados al azar y se lanza.

a) (1.25 punto) Calcula la probabilidad de sacar un 5.

b) (1.25 puntos) Si el resultado de la tirada es 5 ¿cuál es la probabilidad de haber elegido el dado trucado?

PREGUNTA 4.B

Al 80 % de los estudiantes de un centro les gusta el fútbol, al 40 % el baloncesto y al 30 % ambos deportes.

a) (1 punto) Si se elige un estudiante al azar ¿cuál es la probabilidad de que le guste alguno de los dos deportes? (uno o los dos)

b) (0.75 puntos) Se eligen 100 estudiantes al azar con reemplazamiento, es decir, cada vez que se elige un estudiante se le preguntan sus gustos y vuelve al grupo, pudiendo ser elegido nuevamente. Calcule, aproximando la distribución por una normal, la probabilidad de que como mucho a 75 les guste el fútbol.

c) (0.75 puntos) Si en el apartado anterior la muestra hubiese sido de 10 estudiantes y no de 100 ¿cuál habría sido la probabilidad de que exactamente a 5 les gustase el fútbol?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: $F(x) = P(Z \leq x)$, $x \geq 0$. $F(1.5) = 0.9332$; $F(1.375) = 0.9154$; $F(1.25) = 0.8944$; $F(1.125) = 0.8697$; $F(1) = 0.8413$.)

6. CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y MODELO DE EXAMEN RESUELTO

Los códigos utilizados a la hora de detallar los estándares evaluados de cada bloque se corresponden con los utilizados en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (BOE 03/01/2015) a la hora de detallar los estándares de aprendizaje evaluables.

PREGUNTA 1.A

BLOQUE DE CONTENIDO al que pertenece la pregunta: 1 'Procesos, métodos y actitudes en matemáticas' y 2 'Números y Álgebra'.

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 2.5 puntos. 0.5 puntos por el planteamiento correcto de la discusión, 0.5 puntos por la discusión correcta de cada caso, 1 punto por la solución del sistema indeterminado.

PORCENTAJE asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

ESTÁNDAR O ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE evaluado/s: 2.1, 2.4, 4.1 y 4.2 del bloque 1 y 1.1, 1.2, 2.1 y 2.3 del bloque 2.

RESOLUCIÓN:

Escalonando la matriz ampliada del sistema por el método de Gauss se tiene:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & a \\ 2 & 1 & 2 & 2a \\ 2 & 1 & 3 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3 \to F_3 - F_1]{F_2 \to F_2 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 2 & 3-a \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \to F_3 - 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 3-3a \end{array}\right)$$

La matriz de coeficientes tiene rango 2 y la matriz ampliada rango 3 salvo en el caso en el que

$$3 - 3a = 0 \Rightarrow a = 1$$

Entonces, si $a \neq 1$ el sistema es incompatible. En el caso de que $a = 1$ el rango de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada coinciden, por lo que el sistema es compatible, pero como dicho valor es menor que el número de incógnitas, el sistema es compatible indeterminado.

Resolvemos para $a = 1$.

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 2x + y + z & = & 1 \\ z & = & 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & \alpha \\ y & = & -2\alpha \\ z & = & 1 \end{array} \right. , \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

PREGUNTA 1.B

BLOQUE DE CONTENIDO al que pertenece la pregunta: 1 ‘Procesos, métodos y actitudes en matemáticas’, 2 ‘Números y Álgebra’ y 4 ‘Geometría’.

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1.5 puntos la primera cuestión, 0.5 puntos la segunda y 0.5 la tercera. Máximo 2.5 puntos.

PORCENTAJE asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

ESTÁNDAR O ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE evaluado/s: 2.1, 2.4, 4.1, 4.2 del bloque 1, 2.1 del bloque 2 y 1.1 del bloque 4.

RESOLUCIÓN: Se aplica el método de Gauss para escalonar la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3 \to F_3 - F_1]{F_2 \to F_2 - 2F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 \to F_3 - 2F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Dado que hemos obtenido 3 filas no nulas, el rango de la matriz es 3.

b) Como hay 4 columnas y el rango es 3, tiene que existir alguna columna combinación lineal de las demás. Un ejemplo, se observa que la segunda columna es el triple que la tercera.

c) Como el rango de la matriz es 3 y la matriz tiene 3 filas no puede existir ninguna fila combinación lineal de las demás.

PREGUNTA 2.A

BLOQUE DE CONTENIDO al que pertenece la pregunta: 1 ‘Procesos, métodos y actitudes en matemáticas’ y 3 ‘Análisis’.

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1.5 puntos la primera cuestión y 1 punto la segunda. Máximo 2.5 puntos.

PORCENTAJE asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

ESTÁNDAR O ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE evaluado/s: 2.1, 2.4, 4.1, 4.2 y 8.1 del bloque 1 y 3.1 y 4.1 del bloque 3.

RESOLUCIÓN:

a) Los puntos de corte de la recta y = h y la parábola serán:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = h \end{cases} \Rightarrow x^2 = h \Rightarrow x = \pm\sqrt{h} \Rightarrow A(-\sqrt{h}, h) \quad B(\sqrt{h}, h)$$

luego el área vendrá dada por la integral

$$S(h) = \int_{-\sqrt{h}}^{\sqrt{h}} (h - x^2)dx = \left[hx - \frac{x^3}{3}\right]_{-\sqrt{h}}^{\sqrt{h}} = \frac{4h\sqrt{h}}{3} m^2.$$

b) El volumen del abrevadero en función de h será

$$V(h) = 6 \times S(h) = 8h\sqrt{h} m^3.$$

El volumen total será V(1) = 8. Buscamos h para la cual

$$V(h) = 4 \Rightarrow 8h\sqrt{h} = 4 \Rightarrow \sqrt{h^3} = \frac{1}{2} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 0.63m.$$

PREGUNTA 2.B

BLOQUE DE CONTENIDO al que pertenece la pregunta: 1 ‘Procesos, métodos y actitudes en matemáticas’ y 3 ‘Análisis’.

CALIFICACIÓN máxima otorgada 2.5 puntos.

PORCENTAJE asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

ESTÁNDAR O ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE evaluado/s: 2.1, 2.4, 4.1, 4.2 y 8.1 del bloque 1 y 2.2 del bloque 3.

RESOLUCIÓN:

Considerando como variables, en metros, x la anchura e y la altura de la valla, el área sombreada es

$$\acute{A}rea = x(y - h)$$

con $2x + 2y = 20$ por lo que

$$y = 10 - x, \qquad h = \frac{x}{5}$$

La función a maximizar es

$$f(x) = x\left(10 - x - \frac{x}{5}\right) = x\left(10 - \frac{6}{5}\right)$$

derivando

$$f'(x) = 10 - \frac{12}{5}x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{25}{6} \Rightarrow y = 10 - \frac{25}{6} = \frac{35}{6}$$

Calculando la segunda derivada y calculando el signo en $\frac{25}{6}$ se tiene que

$$f''(x) = -\frac{12}{5} \Rightarrow f''\left(\frac{25}{6}\right) < 0$$

por lo tanto el punto es un máximo. La solución pedida es:

$$x = \frac{25}{6} = 4.1667m, \quad y = \frac{35}{6} = 5.8333m.$$

PREGUNTA 3.A

BLOQUE DE CONTENIDO al que pertenece la pregunta: 1 ‘Procesos, métodos y actitudes en matemáticas’ y 4 ‘Geometría’.

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1.5 puntos la primera cuestión y 1 punto la segunda. Máximo 2.5 puntos.

PORCENTAJE asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

ESTÁNDAR O ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE evaluado/s: 2.1, 2.4, 4.1 y 4.2 del bloque 1 y 2.1, 2.4, 3.1 y 3.3 del bloque 4.

RESOLUCIÓN:

a) Calculemos la expresión de un punto C de la recta r y un vector director $\tilde{v}_r$

$$r:\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 4 \\ z & = & 1 \end{array}\right. \Rightarrow (x,y,z)=(4,0,1)+\lambda(0,1,0) \quad \lambda\in\mathbb{R} \Rightarrow \begin{array}{c} C(4,\lambda,1) \\ \tilde{v}_r=(0,1,0) \end{array}$$

Se debe verificar que $\overrightarrow{AC}$ y $\tilde{v}_r$ son perpendiculares, es decir

$$\overrightarrow{AC}\cdot\vec{v}_r=0 \Rightarrow (4,\lambda-1,1)\cdot(0,1,0)=0 \Rightarrow \lambda=1 \Rightarrow C(4,1,1)$$

b) El área del triángulo es

$$\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|\frac{1}{2}\left|(-1,0,1)\times(4,0,1)\right|=\frac{1}{2}|(0,5,0)|=\frac{5}{2}=2.5u^2$$

PREGUNTA 3.B

BLOQUE DE CONTENIDO al que pertenece la pregunta: 1 ‘Procesos, métodos y actitudes en matemáticas’ y 4 ‘Geometría’.

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1.25 puntos por cada cuestión. Máximo 2.5 puntos.

PORCENTAJE asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

ESTÁNDAR O ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE evaluado/s: 2.1, 2.4, 4.1 y 4.2 del bloque 1 y 2.1, 2.3 y 3.1 del bloque 4.

RESOLUCIÓN:

a) Calculemos primero las ecuaciones de la recta r

$$r:(x,y,z)=A+\lambda\overrightarrow{AB},\ \lambda\in\mathbb{R} \Leftrightarrow (x,y,z)=(2,1,0)+\lambda(-1,-1,-1)=(2-\lambda,1-\lambda,-\lambda),\ \lambda\in\mathbb{R}$$

$$r:\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 2-\lambda \\ y & = & 1-\lambda \\ z & = & -\lambda \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{lcl} x-y & = & 1 \\ y-z & = & 1 \end{array}\right.$$

Para estudia la posición de las rectas se estudia el sistema siguiente:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x-y & = & 1 \\ y-z & = & 1 \\ x+y & = & 2 \\ y+z & = & 0 \end{array}\right.$$

Aplicamos el método de Gauss a su matriz ampliada:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \to F_3 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_4 \to F_4 - F_2]{F_3 \to F_3 - 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_4 \to F_4 - F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

El sistema es compatible determinado, por lo tanto las rectas se cortan en un punto.

b) Un punto C de la recta s es del tipo:

$$s: \left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & 2 \\ y+z & = & 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} x & = & 2-y \\ z & = & -y \end{array}\right. \Leftrightarrow (x,y,z) = (2-\lambda, \lambda, -\lambda),\ \lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow C(2-\lambda, \lambda, -\lambda)$$

Y para que cumpla la condición de perpendicularidad

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (\lambda, 1-\lambda, \lambda) \cdot (\lambda - 1, -\lambda, \lambda - 1) = 0 \Rightarrow 3\lambda^2 - 3\lambda = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{rcl} \lambda & = & 0 \\ & \text{ó} & \\ \lambda & = & 1 \end{array}\right.$$

por lo que los dos valores posibles de C son:

$$\lambda = 0 \Rightarrow C(2,0,0), \qquad \lambda = 1 \Rightarrow C(1,1,-1).$$

PREGUNTA 4.A

BLOQUE DE CONTENIDO al que pertenece la pregunta: 1 ‘Procesos, métodos y actitudes en matemáticas’ y 5 ‘Estadística y probabilidad’.

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1.25 cada cuestión. Máximo 2.5 puntos.

PORCENTAJE asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

ESTÁNDAR O ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE evaluado/s: 2.1, 2.4, 4.1, 4.2 y 8.1 del bloque 1 y 1.1, 1.2 y 1.3 del bloque 5.

RESOLUCIÓN:

Denotamos por N al dado normal y T el trucado, con probabilidades iguales: $P(N) = P(T) = \frac{1}{2}$. Los datos que tenemos son $P(5/N) = \frac{1}{6}$ y $P(5/T) = \frac{4}{6}$.

a) La probabilidad de sacar un 5 está determinada por el dado elegido

$$P(5) = P(5 \cap N) + P(5 \cap T) = P(5/N)P(N) + P(5/T)P(T) = \frac{1}{6}\frac{1}{2} + \frac{4}{6}\frac{1}{2} = \frac{5}{12} = 0.4167$$

b) Nos piden la probabilidad $P(T/5)$. Para ello aplicamos la fórmula de Bayes

$$P(T/5) = \frac{P(T \cap 5)}{P(5)} = \frac{P(5/T)P(T)}{P(5)} = \frac{\frac{4}{6}\frac{1}{2}}{\frac{5}{12}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

PREGUNTA 4.B

BLOQUE DE CONTENIDO al que pertenece la pregunta: 1 ‘Procesos, métodos y actitudes en matemáticas’ y 5 ‘Estadística y probabilidad’.

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1 puntos la primera cuestión, 0.75 puntos la segunda y 0.75 puntos la tercera. Máximo 2.5 puntos.

PORCENTAJE asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

ESTÁNDAR O ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE evaluado/s: 2.1, 2.4, 4.1, 4.2 y 8.1 del bloque 1 y 1.1, 1.2, 2.3 y 2.5 del bloque 5.

RESOLUCIÓN:

Denotamos por F (P(F) = 0.8) los seguidores del equipo de fútbol, B (P(B) = 0.4) los del equipo de baloncesto.

a) Se pide P(F ∪ B). Si P(F ∩ B) = 0.3 se tiene que

$$P(F \cup B) = P(F) + P(B) - P(F \cap B) = 0.9$$

b) Sea X la variable aleatoria 'ser seguidor del equipo de fútbol' que según el planteamiento del apartado sigue una distribución binomial B(100, 0.8). Los datos que tenemos son acordes para aproximar la binomial por la distribución normal:

$$n = 100 \geq 30, \quad n \cdot p = 100 \cdot 0.8 = 80 \geq 5, \quad n \cdot q = 100 \cdot 0.2 = 20 \geq 5$$

Por tanto podemos utilizar una variable aleatoria X′ que sigue una distribución normal

$$\mu = n \cdot p = 80, \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = 4, \quad N(80, 4)$$

$$P(X \leq 75) = P(X' \leq 75 + 0.5)$$

si tipificamos la variable nos queda en términos de la normal N(0, 1)

$$P(X' \leq 75.5) = P\left(Z \leq \frac{75.5 - 80}{4}\right) = P(Z \leq -1.125) = 1 - P(Z \leq 1.125) = 1 - 0.8697 = 0.1303$$

c) En este caso

$$n = 10 < 30, \quad n \cdot p = 10 \cdot 0.8 = 8 \geq 5, \quad n \cdot q = 10 \cdot 0.2 = 2 \leq 5$$

No se cumplen las tres condiciones para aproximar la binomial por una normal, por lo que aplicamos directamente la distribución binomial B(10, 0.8)

$$P(X = 5) = \binom{10}{5} 0.8^5 \cdot 0.2^5 = 0.0264$$