

**MATEMÁTICAS**

El examen presenta dos opciones: A y B. El alumno deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los tres ejercicios de que consta dicha opción.

Los ángulos se pueden expresar en grados o en radianes; use al menos 4 decimales en los cálculos.

Opción A

1. a) [2 puntos] Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 10 & 101 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 101 & -10 \\ -10 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcule, o indique por qué no es posible, $A + B$, AB , BA , AB^t .

(Nota: B^t denota la matriz traspuesta de B).

- b) [1 punto] Calcule $\det(A)$. ¿Existe la inversa de A ? ¿Es B la inversa de A ? ¿Por qué?
2. a) [1.5 puntos] Justifique por qué el sistema formado por los vectores $\vec{u} = (1, 10)$, $\vec{v} = (10, 101)$ es una base de \mathbb{R}^2 y encuentre las coordenadas del vector $\vec{e}_1 = (1, 0)$ en función de la base $\{\vec{u}, \vec{v}\}$.
- b) [0.5 puntos] ¿Son los vectores \vec{u}, \vec{v} del apartado anterior perpendiculares? Justifíquese.
- c) [1 punto] Dibuje, o explique por qué no es posible dibujar, un ángulo α que cumpla que $\cos \alpha = 0.5$ y $\sin \alpha = 0.5$.
3. a) [1.5 puntos] Calcule, o justifique la no existencia, de los siguientes límites.

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}), \quad (ii) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x - 1}.$$

- b) [1 punto] Calcule la función derivada de $f(x) = x^3 + \sin^2(2\pi x)$. Como aplicación, escriba la ecuación explícita de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.
- c) [1.5 puntos] Calcule el área comprendida entre la gráfica de la curva $y = \sin x$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = 2\pi$.

**Opción B**

1. a) [1.5 puntos] ¿Para qué valores del parámetro a es la siguiente matriz invertible?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}.$$

- b) [1.5 puntos] Considere el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 2x + 6y - z = -13 \\ -x + 4y - 2z = -15 \end{cases}$$

Resuélvalo por el método de Gauss (matricialmente o con ecuaciones, como prefiera).

2. a) [2 puntos] Se consideran las rectas

$$r : \frac{x - 68}{12} = \frac{y + 1}{-5}, \quad s : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 4t \end{cases}.$$

Calcule sus vectores directores, el ángulo que forman y el punto en que se cortan.

- b) [1 punto] En un triángulo isósceles los dos lados iguales miden 5 metros cada uno y el tercer lado mide 6 metros. Calcule la altura correspondiente al lado desigual y el área del triángulo.

3. a) [3 puntos] Sea $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$.

- Calcule su derivada y localice y clasifique sus máximos y mínimos relativos.
- Calcule el dominio de f . Justifique que no tiene asíntotas verticales, horizontales u oblicuas.
- Calcule sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Con la información obtenida, esboce una gráfica de $f(x)$.

- b) [1 punto] Calcule las siguientes integrales indefinidas:

$$(i) \int x\sqrt{x} dx, \quad (ii) \int x \operatorname{sen} x dx.$$