

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- b) Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- c) Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara.
- d) Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados y completamente explicados.

Opción A

Ejercicio 1.- Dado el número real a se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a-1 & 2 & a-1 \\ 0 & a+1 & -1-a \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$.

- a) Halle los valores de a para los cuales la matriz A tiene inversa. (1.25 puntos)
- b) Busque, si es posible, la matriz inversa de A en el caso a = 0. (1.25 puntos)

Ejercicio 2.- a) Obtenga la posición relativa de los planos π_1 , que pasa por los puntos A(1,0,0), B(0,2,0) y C(0,0,-1), y π_2 , que pasa por A'(3,0,0), B'(0,6,0) y C'(0,0,-3). (1.25 puntos)

b) Busque la mínima distancia entre los planos anteriores. (1.25 puntos)

Ejercicio 3.- Se considera la curva $y = \frac{1}{1+x^2}$.

- a) Halle el punto de la curva en el que la recta tangente a su gráfica tiene pendiente máxima. (1.5 puntos)
- b) Calcule el valor de esa pendiente. (1 punto)

Ejercicio 4.- Calcule $\int \frac{e^x}{e^{2x} - 1} dx$ haciendo el cambio de variable $e^x = t$. (2.5 puntos)



Opción B

Ejercicio 1.- Dado el sistema

$$(a-1)x + 2y + (a-1)z = 1 + a$$

$$(a+1)y - (a+1)z = 2$$

$$x + y + az = a$$

- a) Estudie su compatibilidad según los valores de a. (1.5 puntos)
- b) Resuélvalo cuando a = 0. (1 punto)

Ejercicio 2.- a) Halle la posición relativa de la recta $r: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ y el plano $\pi: 2x+4y-3z=15$. (1 punto)

b) En caso de cortarse, halle el corte. (1.5 puntos)

Ejercicio 3.-

a) Calcule
$$\underset{x \to 1}{\text{Lim}} f(x)$$
 siendo $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \end{cases}$ (1.5 puntos)

b) ¿Es la función f derivable en x=1? Justifique su respuesta. (1 punto)

Ejercicio 4.- Calcule $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{2x} + x \cos x) dx$. (2.5 puntos)



MATEMÁTICAS II

Criterios específicos de corrección

Sólo se corregirán los ejercicios de una de las opciones.

Los errores debidos a despistes no se tendrán en cuenta en la calificación, excepto si son reiterados, simplifican el problema o contradicen resultados teóricos básicos.

No se tendrán en cuenta en la calificación incorrecciones debidas a cálculos anteriores erróneos siempre que exista coherencia en los razonamientos realizados.

Se tendrá en cuenta el método utilizado al resolver el ejercicio, valorándose con mayor puntuación el método más idóneo.

Se tendrá en cuenta la corrección a la hora de explicar el proceso mediante el cual se resuelve el problema. Un problema o apartado que no esté completamente explicado no tendrá la valoración máxima posible.

Los ejercicios de la prueba se valorarán según la siguiente puntuación:

Opción A

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1.25 puntos, c) 1.25 puntos

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1.25 puntos, c) 1.25 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: a) 1.5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 4.- Puntuación: 2.5 puntos

Opción B

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1.5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1.5 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: a) 1.5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 4.- Puntuación: 2.5 puntos