



INFORMACIÓN SOBRE LA EBAU

CURSO 2023/2024

FÍSICA

1. COMPETENCIAS ESPECÍFICAS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y SABERES BÁSICOS.

La implantación del nuevo modelo de currículo de Bachillerato proveniente de la aplicación de la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, motiva que, en consecuencia, la prueba de Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU) de la materia de Física deba adaptarse convenientemente, según las directrices recogidas en los siguientes marcos normativos:

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, modificada por la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre y Ley Orgánica 2/2023, de 22 de marzo del Sistema Universitario.
- Real Decreto 243/2022 de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato
- Decreto 60/2022, de 30 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de Bachillerato en el Principado de Asturias.

En la materia de Física, el 100 % de la calificación de la prueba se obtiene evaluando las competencias específicas y los saberes básicos establecidos en el Real Decreto 243/2022, de 5 de abril; y el Decreto 60/2022, de 30 de agosto.

Así mismo, en la Orden PJC/39/2024, de 24 de enero, por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la universidad, y las fechas máximas de realización y de resolución de los procedimientos de revisión de las calificaciones obtenidas, en el curso 2023-2024 (BOE núm. 23, de 26/01/2024), se recoge que la prueba de acceso a la Universidad del presente curso académico mantendrá un esquema similar al de ediciones precedentes.



BLOQUES DE SABERES BÁSICOS E INDICADORES DE LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LAS COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DE LA MATERIA DE FÍSICA

En el Decreto 60/2022 se establecen, para la materia de Física, las competencias específicas, los criterios de evaluación correspondientes y los saberes básicos agrupados en los siguientes cuatro bloques:

BLOQUE A: CAMPO GRAVITATORIO

- Determinación, a través del cálculo vectorial, del campo gravitatorio producido por un sistema de masas. Efectos sobre las variables cinemáticas y dinámicas de objetos inmersos en el campo.
- Momento angular de un objeto en un campo gravitatorio: cálculo, relación con las fuerzas centrales y aplicación de su conservación en el estudio de su movimiento.
- Energía mecánica de un objeto sometido a un campo gravitatorio: deducción del tipo de movimiento que posee, cálculo del trabajo o los balances energéticos existentes en desplazamientos entre distintas posiciones, velocidades y tipos de trayectorias.
- Leyes que se verifican en el movimiento planetario y extrapolación al movimiento de satélites y cuerpos celestes.
- Introducción a la cosmología y la astrofísica como aplicación del campo gravitatorio: implicación de la física en la evolución de objetos astronómicos, del conocimiento del universo y repercusión de la investigación en estos ámbitos en la industria, la tecnología, la economía y en la sociedad, especialmente en el caso asturiano.

BLOQUE B: CAMPO ELECTROMAGNÉTICO

- Campos eléctrico y magnético: tratamiento vectorial, determinación de las variables cinemáticas y dinámicas de cargas eléctricas libres en presencia de estos campos. Fenómenos naturales y aplicaciones tecnológicas en los que se aprecian estos efectos.
- Intensidad del campo eléctrico en distribuciones de cargas discretas, y continuas: cálculo e interpretación del flujo de campo eléctrico.



- Energía de una distribución de cargas estáticas: magnitudes que se modifican y que permanecen constantes con el desplazamiento de cargas libres entre puntos de distinto potencial eléctrico.
- Campos magnéticos generados por hilos con corriente eléctrica en distintas configuraciones geométricas: rectilíneos, espiras, solenoides o toros. Interacción con cargas eléctricas libres presentes en su entorno.
- Líneas de campo eléctrico y magnético producido por distribuciones de carga sencillas, imanes e hilos con corriente eléctrica en distintas configuraciones geométricas.
- Generación de la fuerza electromotriz: funcionamiento de motores, generadores y transformadores a partir de sistemas donde se produce una variación del flujo magnético.

BLOQUE C: VIBRACIONES Y ONDAS

- Movimiento oscilatorio: variables cinemáticas de un cuerpo oscilante y conservación de energía en estos sistemas.
- Movimiento ondulatorio: gráficas de oscilación en función de la posición y del tiempo, ecuación de onda que lo describe y relación con el movimiento armónico simple. Distintos tipos de movimientos ondulatorios en la naturaleza.
- Fenómenos ondulatorios: situaciones y contextos naturales en los que se ponen de manifiesto distintos fenómenos ondulatorios y aplicaciones. Ondas sonoras y sus cualidades. Cambios en las propiedades de las ondas en función del desplazamiento del emisor y receptor.
- Naturaleza de la luz: controversias y debates históricos. La luz como onda electromagnética. Espectro electromagnético.
- Formación de imágenes en medios y objetos con distinto índice de refracción. Sistemas ópticos: lentes delgadas, espejos planos y curvos y sus aplicaciones.

BLOQUE D: FÍSICA RELATIVISTA, CUÁNTICA, NUCLEAR Y DE PARTÍCULAS

- Principios fundamentales de la Relatividad especial y sus consecuencias: contracción de la longitud, dilatación del tiempo, energía y masa relativistas.



- Dualidad onda-corpúsculo y cuantización: hipótesis de De Broglie y efecto fotoeléctrico. Principio de incertidumbre formulado en base al tiempo y la energía.
- Modelo estándar en la física de partículas. Clasificaciones de las partículas fundamentales. Las interacciones fundamentales como procesos de intercambio de partículas (bosones). Aceleradores de partículas.
- Núcleos atómicos y estabilidad de isótopos. Radiactividad natural y otros procesos nucleares. Aplicaciones en los campos de la ingeniería, la tecnología y la salud.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LA MATERIA DE FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO

En el Decreto 60/2022 de 30 de agosto, (BOPA Nº 169 del jueves 01 de septiembre de 2022), se recogen las seis competencias específicas para la materia de Física, así como los descriptores de las competencias básicas asociados a cada una de dichas competencias específicas y los criterios de evaluación para cada una de ellas, correspondientes a los cuatro bloques de saberes básicos.

En la tabla relacionada a continuación, se indican las competencias específicas para la materia de Física y su relación con los correspondientes criterios de evaluación establecidos en el Decreto 60/2022:

Competencias específicas
Criterios de evaluación
Competencia específica 1 (CE1). <i>Utilizar las teorías, principios y leyes que rigen los procesos físicos más importantes, considerando su base experimental y desarrollo matemático en la resolución de problemas, para reconocer la física como una ciencia relevante implicada en el desarrollo de la tecnología, de la economía, de la sociedad y la sostenibilidad ambiental.</i>
1.1. Reconocer la relevancia de la física en el desarrollo de la ciencia, la tecnología, la economía, la sociedad y la sostenibilidad ambiental, empleando adecuadamente los fundamentos científicos relativos a esos ámbitos.



1.2. Resolver problemas de manera experimental y analítica, utilizando principios, leyes y teorías de la física.

Competencia específica 2 (CE2). *Adoptar los modelos, teorías y leyes aceptados de la física como base de estudio de los sistemas naturales y predecir su evolución para inferir soluciones generales a los problemas cotidianos relacionados con las aplicaciones prácticas demandadas por la sociedad en el campo tecnológico, industrial y biosanitario.*

2.1. Analizar y comprender la evolución de los sistemas naturales, utilizando modelos, leyes y teorías de la física.

2.2. Inferir soluciones a problemas generales a partir del análisis de situaciones particulares y las variables de que dependen.

2.3. Conocer aplicaciones prácticas y productos útiles para la sociedad en el campo tecnológico, industrial y biosanitario, analizándolos en base a los modelos, las leyes y las teorías de la física.

Competencia específica 3 (CE3). *Utilizar el lenguaje de la física con la formulación matemática de sus principios, magnitudes, unidades, ecuaciones, etc., para establecer una comunicación adecuada entre diferentes comunidades científicas y como una herramienta fundamental en la investigación.*

3.1. Aplicar los principios, leyes y teorías científicas en el análisis crítico de procesos físicos del entorno, como los observados y los publicados en distintos medios de comunicación, analizando, comprendiendo y explicando las causas que los producen.

3.2. Utilizar de manera rigurosa las unidades de las variables físicas en diferentes sistemas de unidades, empleando correctamente su notación y sus equivalencias, así como la elaboración e interpretación adecuada de gráficas que relacionan variables físicas, posibilitando una comunicación efectiva con toda la comunidad científica.

3.3. Expresar de forma adecuada los resultados, argumentando las soluciones obtenidas, en la resolución de los ejercicios y problemas que se plantean, bien sea a través de situaciones reales o ideales.



Competencia específica 4 (CE4). *Utilizar de forma autónoma, eficiente, crítica y responsable recursos en distintos formatos, plataformas digitales de información y de comunicación en el trabajo individual y colectivo para el fomento de la creatividad mediante la producción y el intercambio de materiales científicos y divulgativos que faciliten acercar la física a la sociedad como un campo de conocimientos accesible.*

4.1. Consultar, elaborar e intercambiar materiales científicos y divulgativos en distintos formatos con otros miembros del entorno de aprendizaje, utilizando de forma autónoma y eficiente plataformas digitales.

4.2. Usar de forma crítica, ética y responsable medios de comunicación digitales y tradicionales como modo de enriquecer el aprendizaje y el trabajo individual y colectivo.

Competencia específica 5 (CE5). *Aplicar técnicas de trabajo e indagación propias de la física, así como la experimentación, el razonamiento lógico-matemático y la cooperación, en la resolución de problemas y la interpretación de situaciones relacionadas, para poner en valor el papel de la física en una sociedad basada en valores éticos y sostenibles.*

5.1. Obtener relaciones entre variables físicas, midiendo y tratando los datos experimentales, determinando los errores y utilizando sistemas de representación gráfica.

5.2. Reproducir en laboratorios, reales o virtuales, determinados procesos físicos modificando las variables que los condicionan, considerando los principios, leyes o teorías implicados, generando el correspondiente informe con formato adecuado e incluyendo argumentaciones, conclusiones, tablas de datos, gráficas y referencias bibliográficas.

5.3. Valorar la física, debatiendo de forma fundamentada sobre sus avances y la implicación en la sociedad desde el punto de vista de la ética y de la sostenibilidad.

Competencia específica 6 (CE6). *Reconocer y analizar el carácter multidisciplinar de la física, considerando su relevante recorrido histórico y sus contribuciones al avance del conocimiento científico como un proceso en continua evolución e*



innovación, para establecer unas bases de conocimiento y relación con otras disciplinas científicas.

6.1. Identificar los principales avances científicos relacionados con la física que han contribuido a la formulación de las leyes y teorías aceptadas actualmente en el conjunto de las disciplinas científicas, como las fases para el entendimiento de las metodologías de la ciencia, su evolución constante y su universalidad.

6.2. Reconocer el carácter multidisciplinar de la ciencia y las contribuciones de unas disciplinas sobre otras, estableciendo relaciones entre la física y la química, la biología, la geología o las matemáticas.

Si bien se debe mencionar que, para su adaptación en la prueba EBAU, no se consideran aplicables los criterios de evaluación asociados a la CE4 dado que son criterios que pueden considerarse mediante otros instrumentos de evaluación del día a día en el aula, pero que no son factibles de contemplarse en una prueba escrita final, tal y como se diseña actualmente la prueba de la materia de Física en las Pruebas de Acceso a la Universidad, según se establece en el marco de la Orden PJC/39/2024, de 24 de enero, (BOE núm. 23, de 26/01/2024).

Así mismo, cabe resaltar que durante el presente curso académico 2023-2024 se pretende consensuar con el profesorado responsable de la materia en el Bachillerato, del Principado de Asturias, un documento de concreción de los saberes básicos mediante la formulación de indicadores de los criterios de evaluación relacionados con las competencias específicas previstas para la materia de Física, correspondientes a los cuatro bloques de saberes básicos descritos en el Decreto 60/2022, de 30 de agosto.



2. ESTRUCTURA DE LA PRUEBA, CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN Y MATERIALES NECESARIOS.

El diseño y desarrollo de los ejercicios de la materia de Física para la realización de la prueba EBAU del presente curso 2023-2024, se regirán según las directrices de adaptación transitoria para las convocatorias ordinaria y extraordinaria de la prueba EBAU 2024, publicadas en la Orden PJC/39/2024, de 24 de enero, por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la universidad, y las fechas máximas de realización y de resolución de los procedimientos de revisión de las calificaciones obtenidas, en el curso 2023-2024 («BOE» núm. 23, de 26/01/2024), así como las recomendaciones indicadas desde el Vicerrectorado de Estudiantes de la Universidad de Oviedo y la Comisión EBAU: la estructura de la prueba mantiene la agrupación de los ejercicios de la materia de Física en cinco bloques de contenidos y con igual ponderación (20 %) para cada uno de ellos, respecto de los cuatro bloques de saberes básicos establecidos para la materia en el Decreto 60/2022, de 30 de agosto. Para el diseño de las pruebas se considerará que las cuestiones y problemas de los ejercicios deberán ir asociados a los bloques de saberes básicos que se indican, y se organizarán en cinco bloques con una propuesta de dos ejercicios por cada bloque. Constarán, por tanto, de un total de 10 ejercicios con una puntuación máxima de 2 puntos por ejercicio; manteniendo el grado de optatividad en la elección de las preguntas, de modo que el alumnado pueda escoger cualesquiera de las cinco opciones de preguntas de entre las diez propuestas, atendiendo que las cinco opciones elegidas sumen un máximo total de 10 puntos. En cada uno de los bloques se presentarán dos opciones de ejercicios diferentes:

- Ejercicios 1 y 2. Bloque 1. Campo gravitatorio: 20 %
- Ejercicios 3 y 4. Bloque 2. Campo electromagnético: 20 %
- Ejercicios 5 y 6. Bloque 3. Vibraciones y ondas. Ondas: 20 %
- Ejercicios 7 y 8. Bloque 4. Vibraciones y ondas. Óptica: 20 %
- Ejercicios 9 y 10. Bloque 5. Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas: 20 %



Cada ejercicio estará formado por problemas numéricos de naturaleza semiabierta (respuesta correcta inequívoca que exige construcción por parte del alumnado) y una o varias cuestiones, con respuesta numérica o no, de la misma naturaleza.

El alumnado deberá realizar un máximo total de cinco ejercicios de entre los diez propuestos. En caso de realizar un número mayor de ejercicios de los previstos que son requeridos, o escoger un número de cuestiones con puntuación superior a los 10 puntos, se corregirán únicamente los cinco primeros señalados en la hoja de examen y cuya puntuación se corresponda con el máximo permitido de 10 puntos. La puntuación máxima otorgada a cada uno de los apartados que integran cada pregunta, si los hubiera, se concretará específicamente en la misma. Las puntuaciones parciales otorgadas dentro de cada apartado/pregunta se establecerán en fracciones de 0.25 puntos.

Como criterios generales de evaluación de la prueba, cada pregunta o cuestión será evaluada teniendo en cuenta: el razonamiento y la justificación teórica del planteamiento, ajuste a los datos proporcionados en los enunciados, desarrollo de la resolución, discusión de resultados y expresión, cuando estos se refieran a magnitudes físicas, en las unidades requeridas y/o en todo caso en unidades del Sistema Internacional (S.I.). Se valorará primordialmente la construcción correcta frente a la solución correcta aportada.

Los criterios de calificación correspondientes a cada una de las preguntas y/o cuestiones propuestas serán los siguientes:

- Se valorará positivamente el planteamiento correcto, la justificación de las respuestas, la coherencia con los conceptos físicos y el correcto empleo de la terminología científica propia de la materia.
- Obligatoriedad de dibujar trazado de rayos e indicar el sentido de los mismos con las flechas correspondientes, en los problemas de óptica geométrica.
- Uso adecuado de las unidades de las magnitudes en la respuesta final (no necesario en expresiones intermedias).
- Empleo de cifras significativas adecuadas en la expresión de magnitudes y redondeo.



- En la corrección se valorará de forma prioritaria el proceso de resolución y el correcto manejo de leyes y conceptos, frente al resultado numérico concreto. Los resultados erróneos serán penalizados en distinta medida según se trate de un error de concepto (mayor penalización), o de un error de cálculo (menor penalización). Se penalizarán tanto los errores conceptuales como la falta de unidades a la hora de expresar los resultados. Se penalizará con un descuento de 0.25 puntos por error grave o acumulativo de varios errores leves.
- La calificación otorgada a cada pregunta/apartado deberá expresarse en fracciones mínimas de 0.25 puntos, y la calificación total de la prueba completa se expresará en una escala de 0 a 10 puntos. Para obtener la máxima calificación en cada pregunta, la construcción de la solución debe estar correctamente planteada, desarrollada, razonada, y resuelta, utilizando adecuadamente el vocabulario científico y técnico, así como los principios y los conceptos Físicos, y las unidades de las distintas magnitudes físicas involucradas.

Se permite el uso de transportador de ángulos, regla, escuadra y/o cartabón y corrector de tinta (typex), para el dibujo del trazado de rayos en los problemas de óptica geométrica. Se podrán emplear bolígrafos de otros colores (distinto del azul y negro) para remarcar el sentido de los rayos en los problemas de óptica geométrica, siempre que sean diferentes del color rojo y verde, que se emplean preferentemente para la corrección.

Para la resolución numérica de los problemas y de las cuestiones planteadas, no está permitido el uso de calculadoras que presenten alguna de las siguientes prestaciones: posibilidad de transmitir datos, programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, representación de funciones y cálculo de derivadas e integrales, o almacenamiento de datos alfanuméricos.

Las calculadoras que contengan alguna de las teclas que se muestran a continuación no están permitidas. Esas teclas sirven para:



- Resolver integrales u operar con matrices.



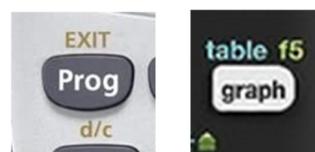
- Representación gráfica. Estas suelen tener, además, pantallas muy grandes.



- Cálculo simbólico (resolver ecuaciones).



- Programar



Por otro lado, los modelos fx-350SP X y fx-350LA PLUS de Casio no presentan ninguna de las teclas anteriores, pero permiten realizar cálculo matricial, por lo que tampoco están permitidas.

Fx-350LA PLUS



fx-95ES PLUS



fx-350SP X



Las indicaciones anteriores **no son exhaustivas**, pero cubren la gran mayoría de las calculadoras no permitidas en la prueba de la EBAU.

El siguiente modelo de examen de la materia que se adjunta para las convocatorias de la prueba EBAU 23/24, se propone como un documento orientativo que sirva a modo de guía al profesorado de Secundaria y Bachillerato en relación a la tipología de las preguntas referentes a los bloques de saberes básicos, según las competencias específicas y atendiendo a los criterios de evaluación establecidos en la nueva normativa educativa, si bien los modelos previos de exámenes de la anterior LOMCE también serán aplicables, dada la transitoriedad de esta edición de la prueba.

3. MODELO DE EXAMEN

FÍSICA

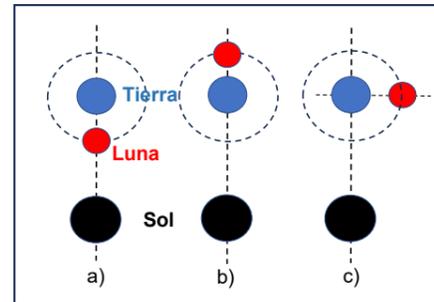
- Responda en el pliego en blanco a **cinco preguntas** cualesquiera de entre las diez que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

CONSTANTES FÍSICAS							
$R_T = 6370 \text{ km}$	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	$k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$M_{\text{Sol}} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	$m_{p^+} = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$M_{\text{Luna}} = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$	$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	$v_{\text{sonido}} = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
$M_{\text{Tierra}} = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	$R_{\text{Orbita Tierra}} = 1.50 \times 10^{11} \text{ m}$	$ q_{e^-} = q_{p^+} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	$R_{\text{Orbita Luna}} = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$	$m_{e^-} = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$	$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	$n_{\text{aire}} = 1$

Pregunta 1.

Calcula la magnitud y determina la dirección de la fuerza neta de atracción gravitatoria ejercida sobre la Luna por el sistema de la Tierra y el Sol, cuando la Luna se halla en las posiciones mostradas en la figura adjunta, suponiendo que describe órbitas circulares y que el Sol está en el plano de la órbita Tierra-Luna, (la figura no está a escala):

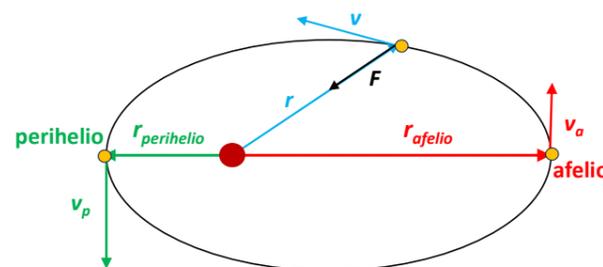
- a) La Luna se halla situada entre la Tierra y el Sol. **(0.5 puntos)**
- b) La Tierra se halla situada entre la Luna y el Sol. **(0.5 puntos)**
- c) La Luna está situada perpendicularmente respecto del sistema Sol-Tierra. **(1 punto)**



Pregunta 2.

El cometa Halley describe una órbita elíptica entorno al Sol. La relación de distancias al Sol en el afelio, r_a , y el perihelio, r_p , es $r_a/r_p = 62$. Calcula la relación entre los valores de las siguientes magnitudes del cometa en el afelio y en el perihelio de su órbita:

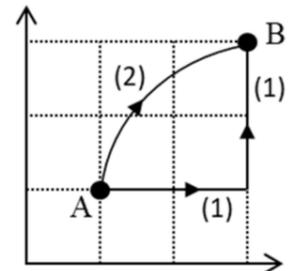
- a) El momento angular. **(0.5 puntos)**
- b) La velocidad. **(0.5 puntos)**
- b) La energía cinética. **(0.5 puntos)**
- d) La energía potencial gravitatoria. **(0.5 puntos)**



Pregunta 3.

Un protón se halla en una región donde hay un campo electrostático uniforme en el eje Y. El trabajo realizado por el campo para desplazarlo entre los puntos A (1,1) m y B (3,3) m de la figura es de $1.0 \times 10^{-16} \text{ J}$ si se sigue el camino (1).

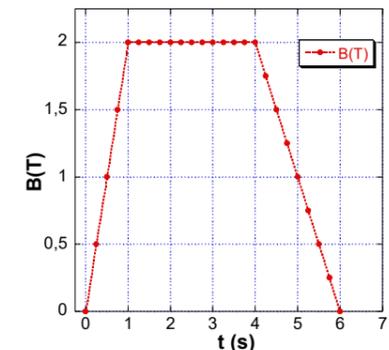
- a) Determina el trabajo realizado por el campo electrostático si se sigue el camino (2). **(0.75 puntos)**
- b) ¿En qué punto A o B, es mayor el potencial electrostático? Razona la respuesta. **(0.75 puntos)**
- c) Calcula el valor del campo eléctrico. **(0.5 puntos)**



Pregunta 4.

La espira circular de un motor eléctrico tiene 10 cm de radio y 3Ω de resistencia y se encuentra situada en una zona donde hay un campo de inducción magnética \mathbf{B} . El campo magnético es perpendicular a la superficie de dicha espira y con sentido entrante. En la gráfica adjunta se muestra el valor del campo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

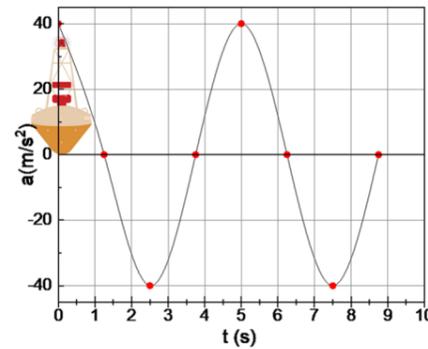
- a) Determina si se induce intensidad de corriente en la espira para cada uno de los tres intervalos indicados en la gráfica, así como el sentido de circulación de la corriente eléctrica en caso afirmativo. Justifica la respuesta. **(1 punto)**
- b) Calcula el valor de la intensidad de la corriente eléctrica inducida en la espira en los distintos intervalos de la gráfica. **(1 punto)**



Pregunta 5.

Una boya marina que tiene una masa de 25 kg, se utiliza para medir el oleaje mediante un dispositivo de medida dotado con un acelerómetro digital que se conecta vía GPS a la Comandancia Marítima de Gijón. Durante una galerna, se recibe el fragmento de medida recogido en el centro de alertas, según la gráfica adjunta.

- Calcula el tiempo que discurre entre dos olas sucesivas. **(0.25 puntos)**
- Determina la amplitud de las olas registradas. **(0.5 puntos)**
- ¿Cuál es la velocidad máxima de oscilación de la boya? **(0.75 puntos)**
- Calcula la fuerza máxima con que empujan las olas a la boya en dirección vertical. **(0.5 puntos)**



Pregunta 6.

Una persona se encuentra parada en una acera y escucha el sonido de una ambulancia que asiste a los heridos implicados en un accidente de tráfico. La ambulancia tiene una sirena que emite un sonido con una frecuencia constante de 650 Hz. Justifica cómo percibiría la persona el tono de la sirena de la ambulancia, más agudo o más grave que el correspondiente a la frecuencia real de la sirena y determina la variación de la frecuencia recibida, para cada una de las siguientes situaciones:

- Si la ambulancia está estacionada. **(0.25 puntos)**
- Si la ambulancia se dirige al hospital, acercándose hacia la persona con una velocidad de 70 km/h. **(0.5 puntos)**
- Si la ambulancia acaba de pasar alejándose de la persona a dicha velocidad. **(0.5 puntos)**
- Si ahora la persona sale corriendo tras la ambulancia a una velocidad de 7 km/h. ¿Qué sucedería si sale corriendo en dirección opuesta, alejándose de la ambulancia? **(0.75 puntos)**

Pregunta 7.

En una feria de atracciones instalan un espejo esférico cóncavo que tiene un radio de curvatura de 40 cm. Un ilusionista realiza una actuación colocando una botella de 10 cm de altura a una distancia de 100 cm frente al espejo.

- Realiza el diagrama de rayos que represente la situación descrita. **(1 punto)**
- Determina la posición de la imagen formada de este objeto e indica si la imagen es real o virtual. **(0.5 puntos)**
- Determina la altura de la imagen formada del objeto, indicando si es directa o invertida. **(0.5 puntos)**

Pregunta 8.

En una experiencia de laboratorio se pretende determinar el índice de refracción de un vidrio. Para los distintos ángulos de incidencia de un rayo de luz monocromática que incide desde el aire sobre la superficie del vidrio problema, se han medido los valores experimentales del correspondiente ángulo de refracción. En la tabla adjunta se recogen los respectivos valores de la función seno para cada par de ángulos relacionados en la experiencia.

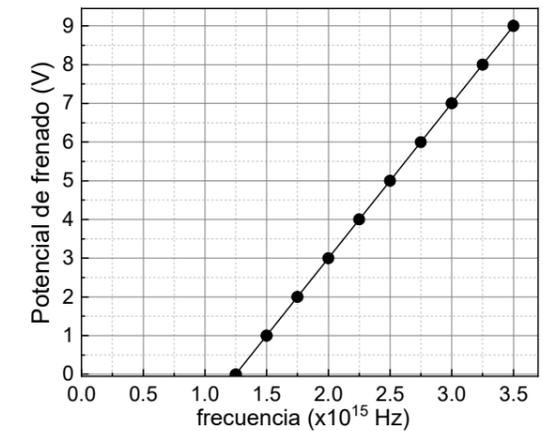
- Calcula la relación entre los índices de refracción de ambos medios y justifica si la luz viaja a mayor o menor velocidad en el vidrio problema o en el aire. **(1 punto)**
- En el caso de que un rayo de luz que viaja por el interior del vidrio incida en la superficie de separación con el aire, justifica si es posible de que el rayo no pueda salir del vidrio. **(1 punto)**

sen(i)	sen(r)
0	0
0.26	0.17
0.5	0.33
0.71	0.47
0.87	0.58
0.97	0.65
1	0.67

Pregunta 9.

La gráfica adjunta representa el potencial de frenado para el Co en función de la frecuencia de la radiación incidente que ilumina la superficie del metal.

- Determina la longitud de onda umbral a la que se obtiene el efecto fotoeléctrico del metal. **(0.5 puntos)**
- Calcula el valor del trabajo de extracción para dicho metal. **(0.5 puntos)**
- Si se irradia el metal con una luz de frecuencia 2×10^{15} Hz, calcula a partir de la gráfica, cuál sería la energía cinética máxima del electrón arrancado. **(1 punto)**



Pregunta 10.

En el LHC (Large Hadron Collider) del CERN se trabaja en la detección y estudio de los muones, que son un tipo de leptón, empleados para radiografiar las pirámides de Egipto y con potenciales aplicaciones en la catálisis de reacciones de fusión nuclear o en la detección de tumores malignos. Para su obtención, se realizan colisiones de haces de protones, con una energía total de 14 TeV (la máxima soportada actualmente por el LHC). Calcula:

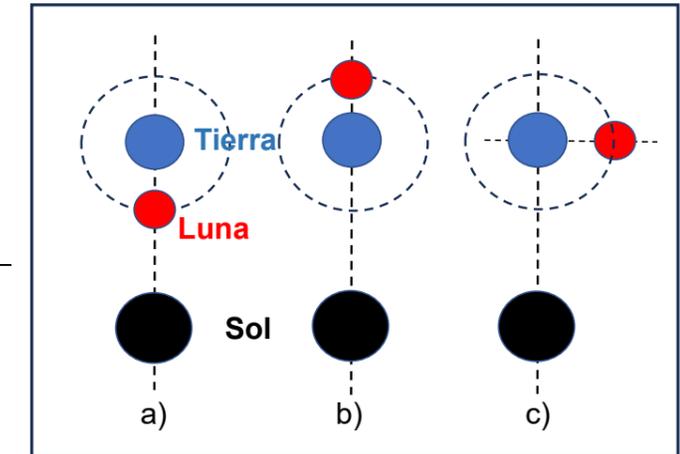
- La energía cinética de uno de los protones si toda esa energía está asociada a la colisión de dos de ellos. **(1 punto)**
- La masa y la cantidad de movimiento relativista de cada uno de los protones. **(1 punto)**

4. MODELO DE EXAMEN RESUELTO Y CRITERIOS ESPECIFICOS DE CORRECCIÓN

Pregunta 1.

1. Calcula la magnitud y determina la dirección de la fuerza neta de atracción gravitatoria ejercida sobre la Luna por el sistema de la Tierra y el Sol, cuando la Luna se halla en las posiciones mostradas en la figura adjunta, suponiendo que describe órbitas circulares y que el Sol está en el plano de la órbita Tierra-Luna, (la figura no está a escala):

- La Luna se halla situada entre la Tierra y el Sol. (0.5 puntos)
- La Tierra se halla situada entre la Luna y el Sol. (0.5 puntos)
- La Luna está situada perpendicularmente respecto del sistema Sol-Tierra. (1 punto)



SOLUCIÓN:

a) La fuerza que ejercen el sistema del Sol y la Tierra sobre la Luna viene dada por la Fuerza de atracción gravitatoria de Newton entre dos cuerpos:

$$\vec{F}_{12} = G \frac{M_1 M_2}{r_{12}^2} \vec{u}_r$$

Para el primer caso considerado, el diagrama de fuerzas resultante cuando la Luna se interpone entre el Sol y la Tierra, la fuerza neta sobre la Luna estará dirigida según la recta de alineación de los tres astros, pero en sentidos opuestos entre sí: $\vec{u}_{LS} = -\vec{u}_{LT}$.

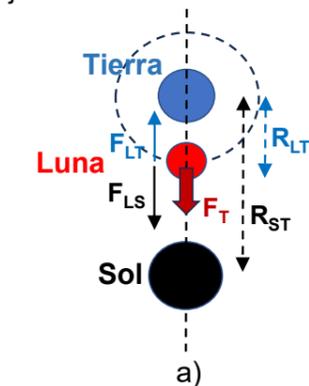
Y teniendo en cuenta los valores de las masas del Sol, la Tierra y la Luna, así como sus respectivas distancias orbitales, Sol-Tierra, R_{ST} y Luna-Tierra, R_{LT} , la fuerza neta resultante ejercida sobre la Luna será:

$$\vec{F}_{LT} = G \frac{M_L \cdot M_T}{R_{LT}^2} \vec{u}_{LT} = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \frac{7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \times 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(3.84 \cdot 10^8 \text{ m})^2} \vec{u}_{LT} \approx 1.985 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LT}$$

Análogamente, teniendo en cuenta que, en dicha posición, la distancia orbital Sol-Luna es: $R_{SL} = R_{ST} - R_{LT}$.

$$\vec{F}_{LS} = G \frac{M_L \cdot M_S}{(R_{SL})^2} \vec{u}_{LS} = G \frac{M_L \cdot M_S}{(R_{ST} - R_{LT})^2} \vec{u}_{LS} = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \frac{7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \times 1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{(1.50 \cdot 10^{11} - 3.84 \cdot 10^8 \text{ m})^2} \vec{u}_{LS} \approx 4.36 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LS}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{Total}} = \vec{F}_{LS} + \vec{F}_{LT} \approx 4.36 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LS} + 1.985 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LT} = (4.36 - 1.985) \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LS} \cong 2.37 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LS}$$



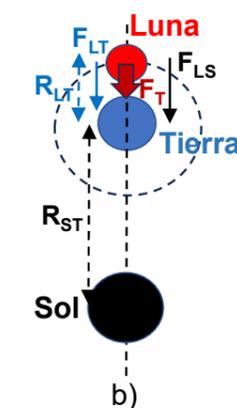
b) en el caso en que la Tierra está situada entre el Sol y la Luna, la fuerza de atracción gravitatoria ejercida por el Sol y la Tierra sobre la Luna también está dirigida según la recta que une los tres astros y en el mismo sentido: $\vec{u}_{LS} = \vec{u}_{LT}$.

$$\vec{F}_{LT} = G \frac{M_L \cdot M_T}{R_{LT}^2} \vec{u}_{LT} = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \frac{7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \times 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(3.84 \cdot 10^8 \text{ m})^2} \vec{u}_{LT} \approx 1.985 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LT}$$

Y teniendo en cuenta que, en dicha posición, la distancia orbital Sol-Luna es: $R_{SL} = R_{ST} + R_{LT}$.

$$\vec{F}_{LS} = G \frac{M_L \cdot M_S}{(R_{SL})^2} \vec{u}_{LS} = G \frac{M_L \cdot M_S}{(R_{ST} + R_{LT})^2} \vec{u}_{LS} = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \frac{7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \times 1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{(1.50 \cdot 10^{11} + 3.84 \cdot 10^8 \text{ m})^2} \vec{u}_{LS} \approx 4.31 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LS}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{Total}} = \vec{F}_{LS} + \vec{F}_{LT} \approx 4.36 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LS} + 1.98 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LT} = (4.314 + 1.985) \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LS} \cong 6.3 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LS}$$



c) en este caso, la Luna se halla situada perpendicularmente a la recta que une el Sol y la Tierra, luego, considerando que los tres astros están en el mismo plano orbital:

$$\vec{F}_{LT} = G \frac{M_L \cdot M_T}{R_{LT}^2} \vec{u}_{LT} = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \frac{7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \times 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(3.84 \cdot 10^8 \text{ m})^2} \vec{u}_{LT} \approx 1.985 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LT}$$

Y teniendo en cuenta que, en esta posición, la distancia orbital Sol-Luna es ahora:

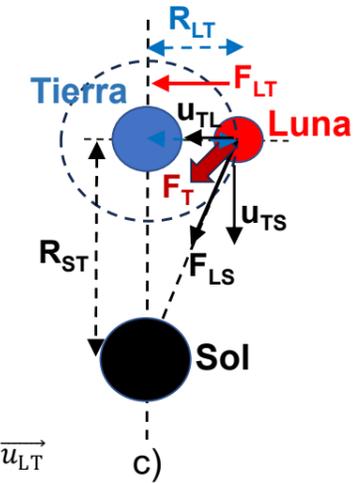
$$\vec{R}_{LS} = \vec{R}_{TS} + \vec{R}_{LT} \Rightarrow R_{LS} = (R_{TS}^2 + R_{LT}^2)^{1/2} = [(3.84 \cdot 10^8 \text{ m})^2 + (1.50 \cdot 10^{11} \text{ m})^2]^{1/2} \approx 1500.005 \cdot 10^8 \text{ m} \approx 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$\vec{F}_{LS} = G \frac{M_L \cdot M_S}{(R_{LS})^2} \text{sen}(\alpha) \vec{u}_{TS} + G \frac{M_L \cdot M_S}{(R_{LS})^2} \text{cos}(\alpha) \vec{u}_{LT} = G \frac{M_L \cdot M_S}{(R_{LS})^2} \frac{R_{TS}}{R_{LS}} \vec{u}_{TS} + G \frac{M_L \cdot M_S}{(R_{LS})^2} \frac{R_{LT}}{R_{LS}} \vec{u}_{LT} \approx$$

$$\approx 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \frac{7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \times 1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{(1.500005 \cdot 10^{11} \text{ m})^3} (1.50 \cdot 10^{11} \vec{u}_{TS} + 3.84 \cdot 10^8 \vec{u}_{LT}) \approx 2.89 \cdot 10^9 \cdot (1.50 \cdot 10^{11} \vec{u}_{TS} + 3.84 \cdot 10^8 \vec{u}_{LT}) \text{ N} = 4.336 \cdot 10^{20} \vec{u}_{TS} + 1.11 \cdot 10^{18} \vec{u}_{LT}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{Total}} = \vec{F}_{LS} + \vec{F}_{LT} \approx 4.336 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{TS} + 1.11 \cdot 10^{18} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LT} + 1.985 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LT} = 4.336 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{TS} + 1.996 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \vec{u}_{LT};$$

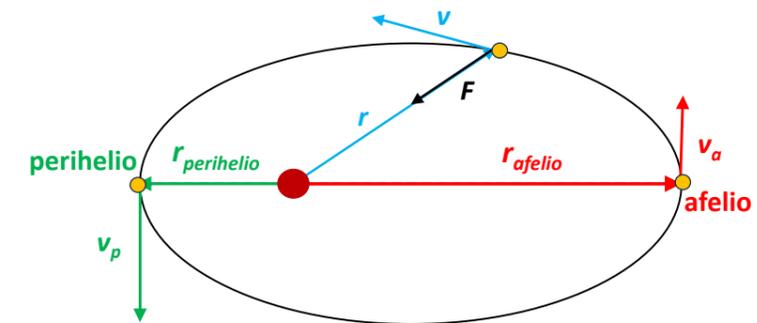
$$\Rightarrow |\vec{F}_{\text{Total}}| = 4.77 \cdot 10^{20} \text{ N, siendo el ángulo que forma la dirección de la Fuerza neta } \alpha = 65.28^\circ \text{ desde la Tierra hacia el Sol o, } \beta = 24.72^\circ \text{ desde el Sol hacia la Tierra.}$$



Pregunta 2.

El cometa Halley describe una órbita elíptica entorno al Sol. La relación de distancias al Sol en el afelio, r_a , y el perihelio, r_p , es $r_a/r_p = 62$. Calcula la relación entre los valores de las siguientes magnitudes del cometa en el afelio y en el perihelio de su órbita:

- El momento angular. **(0.5 puntos)**
- La velocidad. **(0.5 puntos)**
- La energía cinética. **(0.5 puntos)**
- La energía potencial gravitatoria. **(0.5 puntos)**



SOLUCIÓN:

a) el momento angular del cometa en una posición arbitraria de la órbita alrededor del Sol es:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m_c \vec{v} \equiv m_c \cdot r \cdot v \cdot \sin(\hat{r}, \hat{v}) \vec{N}; \text{ siendo } \vec{N} \perp \vec{r} \text{ y } \vec{v}; \text{ y como no hay } \vec{F}_{ext} \Rightarrow \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow |\vec{L}| = \text{cte.}$$

Por lo tanto, en los puntos correspondientes al afelio y al perihelio de la órbita, se cumplirá que:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow |\vec{L}| = \text{cte.} \Rightarrow |\vec{L}_a| = |\vec{L}_p| \Rightarrow \frac{|\vec{L}_a|}{|\vec{L}_p|} = 1$$

b) La relación para la velocidad del cometa en dichos puntos de la órbita:

$$|\vec{L}_a| = |\vec{r}_a \times \vec{p}_a| = |\vec{r}_a \times m_c \vec{v}_a| \equiv m_c \cdot r_a \cdot v_a \cdot \sin(\hat{r}_a, \hat{v}_a) = m_c \cdot r_a \cdot v_a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = m_c \cdot r_a \cdot v_a$$

$$|\vec{L}_p| = |\vec{r}_p \times \vec{p}_p| = |\vec{r}_p \times m_c \vec{v}_p| \equiv m_c \cdot r_p \cdot v_p \cdot \sin(\hat{r}_p, \hat{v}_p) = m_c \cdot r_p \cdot v_p \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = m_c \cdot r_p \cdot v_p$$

Y como se cumple que $L_a = L_p$:

$$\Rightarrow r_a \cdot v_a = r_p \cdot v_p \Rightarrow \frac{v_a}{v_p} = \frac{r_p}{r_a} = \frac{1}{62} \Rightarrow v_p = 62 \cdot v_a$$

c) A partir de la relación de las velocidades, la relación de las expresiones de la energía cinética en el afelio y en el perihelio será:

$$\text{En el afelio: } E_C^a = \frac{1}{2} m_c \cdot v_a^2; \text{ y análogamente, en el perihelio: } E_C^p = \frac{1}{2} m_c \cdot v_p^2 = \frac{1}{2} m_c (62 \cdot v_a)^2 \Rightarrow \frac{E_C^p}{E_C^a} = 62^2 = 3844 \Rightarrow E_C^p = 3844 \cdot E_C^a$$

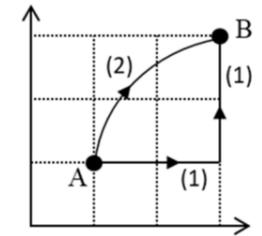
d) Procediendo de forma similar con las expresiones de la energía potencial gravitatoria en ambos puntos de la órbita, se tendrá que:

$$\text{En el perihelio: } E_{PG}^p = \left(-G \frac{m_c \cdot M_S}{r_p}\right); \text{ y análogamente en el afelio: } E_{PG}^a = \left(-G \frac{m_c \cdot M_S}{r_a}\right) = \left(-G \frac{m_c \cdot M_S}{62 \cdot r_p}\right) = \frac{E_{PG}^p}{62} \Rightarrow E_{PG}^p = 62 \cdot E_{PG}^a$$

Pregunta 3.

Un protón se halla en una región donde hay un campo electrostático uniforme en el eje Y. El trabajo realizado por el campo para desplazarlo entre los puntos A (1,1) m y B (3,3) m de la figura es de 1.0×10^{-16} J si se sigue el camino (1).

- Determina el trabajo realizado por el campo electrostático si se sigue el camino (2). **(0.75 puntos)**
- ¿En qué punto A o B, es mayor el potencial electrostático? Razona la respuesta. **(0.75 puntos)**
- Calcula el valor del campo eléctrico. **(0.5 puntos)**



SOLUCIÓN:

a) El trabajo realizado por el campo electrostático uniforme según el eje Y para desplazar el protón del punto inicial A al punto final B, realizando la trayectoria descrita por el camino (2), es el mismo que el trabajo realizado por el camino (1), dado que, al tratarse de un campo electrostático uniforme, es constante y por tanto conservativo, y el trabajo realizado por dicho campo es independiente del camino o trayectoria seguidos, pues solo depende de la variación de energía potencial electrostática entre dichos puntos, que es la misma en ambos casos:

$$W_{A \rightarrow B}^{(1)} = -\Delta E_{PA}^B = E_P^A - E_P^B = 1.0 \cdot 10^{-16} J$$

$$W_{A \rightarrow B}^{(2)} = -\Delta E_{PA}^B = E_P^A - E_P^B \equiv W_{A \rightarrow B}^{(1)} = 1.0 \cdot 10^{-16} J$$

b) A partir de la relación anterior del trabajo realizado por el campo electrostático con la variación de la energía potencial eléctrica, y teniendo en cuenta que la partícula desplazada es un protón, que tiene carga positiva, se tiene que:

$$W_{A \rightarrow B}^{(1) \text{ ó } (2)} = -\Delta E_{PA}^B = E_P^A - E_P^B = 1.0 \cdot 10^{-16} J > 0, \text{ luego: } W_{A \rightarrow B}^{(1) \text{ ó } (2)} = -\Delta E_{PA}^B = E_P^A - E_P^B \equiv q_{\text{protón}} \cdot (V_A - V_B) > 0; \text{ como } q_p > 0 \Rightarrow V_A > V_B$$

Por lo tanto, el potencial electrostático es mayor en A que en B, dado que la carga eléctrica del protón es positiva y las líneas de campo eléctrico siempre se dirigen en el sentido de potencial decreciente.

c) Dado que el trabajo realizado por el campo electrostático y uniforme (cte.) según el eje Y, para desplazar al protón entre los puntos A y B, será el debido a la fuerza electrostática ejercida sobre el protón por dicho campo según la dirección del eje Y, entre los puntos inicial A hasta el final B:

$$W_{A \rightarrow B}^{(1) \text{ ó } (2)} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B q_p \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_p \cdot \int_A^B E_y \vec{j} \cdot (dx\vec{i} + dy\vec{j}) = q_p \cdot E_y \cdot \int_A^B dy \equiv \vec{F} \cdot \vec{r}_{AB} = q_p \cdot \vec{E} \cdot \vec{r}_{AB} = q_p \cdot E_y \cdot (B_y - A_y) = 1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot E_y \cdot (3 - 1)m = 1.0 \cdot 10^{-16} J \Rightarrow$$

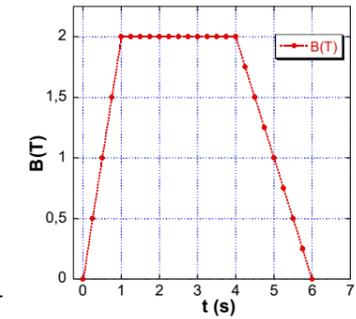
$$\Rightarrow E_y = 312.5 J C^{-1} m^{-1} \equiv 312.5 V m^{-1} \Rightarrow \vec{E} = 312.5 \vec{j} V m^{-1} \equiv 312.5 \vec{j} N C^{-1}$$

Pregunta 4.

La espira circular de un motor eléctrico tiene 10 cm de radio y 3 Ω de resistencia y se encuentra situada en una zona donde hay un campo de inducción magnética **B**. El campo magnético es perpendicular a la superficie de dicha espira y con sentido entrante. En la gráfica adjunta se muestra el valor del campo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

a) Determina si se induce intensidad de corriente en la espira para cada uno de los tres intervalos indicados en la gráfica, así como el sentido de circulación de la corriente eléctrica en caso afirmativo. Justifica la respuesta. **(1 punto)**

b) Calcula el valor de la intensidad de la corriente eléctrica inducida en la espira en los distintos intervalos de la gráfica. **(1 punto)**



SOLUCIÓN:

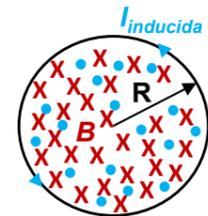
a) A partir de la ley de Faraday-Henry-Lenz, se establece que en un circuito cerrado en el cual varía el flujo magnético, ($\Phi=BS$), se induce una fuerza electromotriz (ε) proporcional a la variación temporal del flujo: $\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} = -$

$$\frac{d(B \cdot S)}{dt} = - \frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t}$$

En la gráfica se observa que, en los intervalos de tiempo de 0 a 1 s, y de 4 a 6 s, el valor del campo de inducción magnética es variable y por tanto varía el flujo magnético que atraviesa la superficie de la espira, induciéndose corriente eléctrica en la espira circular propuesta en ambos intervalos.

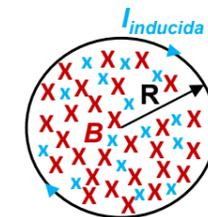
Además, la ley de Lenz plantea que las corrientes inducidas en la espira tendrán un sentido de circulación tal que se opongan a la variación del flujo magnético que las produce, por lo tanto, en dichos intervalos se tendrá que:

- En el intervalo de tiempo de 0 a 1 s el campo de inducción magnética y por tanto aumenta el flujo magnético que atraviesa la superficie de la espira debido al aumento del valor del campo magnético entrante. Por ello, la circulación de la corriente inducida en la espira tendrá sentido antihorario para generar un campo que se oponga al aumento del flujo magnético, según se ilustra en la figura adjunta.



- En el intervalo de tiempo de 1 a 4 s el campo de inducción magnética es constante y por tanto el flujo magnético que atraviesa la superficie de la espira no varía, por lo que no se induce corriente eléctrica en la espira.

- En el intervalo de tiempo de 4 a 6 s el flujo magnético a través de la superficie de la espira disminuye debido al descenso del valor del campo magnético entrante, y, por tanto, la circulación de la corriente inducida en la espira tendrá sentido horario para generar un campo que se oponga a la disminución del flujo magnético, según se ilustra en la figura adjunta.



b) En el primer intervalo de tiempo de 0 a 1 s se produce una variación lineal del incremento del valor del campo de inducción magnética entrante en la espira, lo que produce un aumento del flujo magnético, por lo que, aplicando la ley de Faraday para calcular la fuerza electromotriz inducida ($fem = \varepsilon$), se tiene que:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = - \frac{\Delta B \cdot S_{espira}}{\Delta t} = - \frac{\Delta B \cdot \pi \cdot R_{espira}^2}{\Delta t} = - \frac{(2T - 0T) \cdot \pi \cdot 0.1^2 m^2}{1s - 0s} \approx -0.063 V$$

Y aplicando la ley de Ohm para obtener el valor de la intensidad de la corriente inducida en la espira durante dicho intervalo:

$$I_{inducida} = \frac{|\varepsilon|}{R} \approx \frac{0.063 V}{3 \Omega} \approx 0.021 A$$

Siendo la circulación de la corriente inducida en la espira en sentido antihorario.

Durante el intervalo de tiempo de 1 a 4 s no se induce *f.e.m.* en la espira, pues el campo magnético es constante y, por tanto, no hay variación de flujo magnético.

En el intervalo de tiempo de 4 a 6 s se produce una variación lineal en la disminución del valor del campo magnético, por lo que, aplicando de nuevo la ley de Faraday para calcular la *f.e.m.* inducida en la espira:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = - \frac{\Delta B \cdot S_e}{\Delta t} = - \frac{\Delta B \cdot \pi \cdot R_{espira}^2}{\Delta t} = - \frac{(0T - 2T) \cdot \pi \cdot 0.1^2 m^2}{6s - 4s} \approx 0.0314 V$$

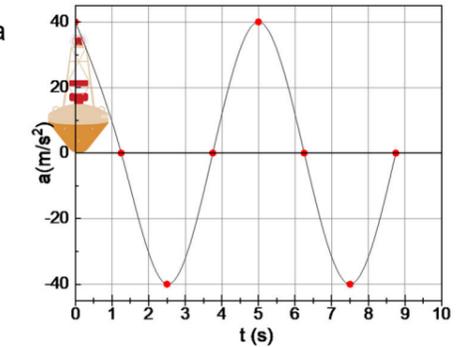
Aplicando la ley de Ohm para obtener el valor de la intensidad de la corriente inducida en la espira:

$$I_{inducida} = \frac{|\varepsilon|}{R} \approx \frac{0.0314 \text{ V}}{3 \Omega} \approx 0.0104 \text{ A}$$

Siendo la circulación de la corriente inducida en la espira en sentido horario.

Pregunta 5.

Una boya marina que tiene una masa de 25 kg, se utiliza para medir el oleaje mediante un dispositivo de medida dotado con un acelerómetro digital que se conecta vía GPS a la Comandancia Marítima de Gijón. Durante una galerna, se recibe el fragmento de medida recogido en el centro de alertas, según la gráfica adjunta.



- Calcula el tiempo que discurre entre dos olas sucesivas. **(0.25 puntos)**
- Determina la amplitud de las olas registradas. **(0.5 puntos)**
- ¿Cuál es la velocidad máxima de oscilación de la boya? **(0.75 puntos)**
- Calcula la fuerza máxima con que empujan las olas a la boya en dirección vertical. **(0.5 puntos)**

SOLUCIÓN:

a) El tiempo transcurrido entre las crestas de dos olas sucesivas comprende el intervalo de tiempo entre dos instantes consecutivos en que se alcanzan las máximas elongaciones o alturas por la boya, que es el intervalo de tiempo en que el punto de la superficie del agua donde se encuentra la boya vuelve a estar en el mismo estado de vibración y se corresponde por tanto con el periodo del movimiento oscilatorio de la boya. En la gráfica se representa la función periódica de la aceleración del M.A.S. que produce el oleaje en la boya situada en la superficie del agua y, por lo tanto, el periodo se corresponde con el intervalo de tiempo que se muestra en la gráfica entre dos valores máximos (o mínimos) de la aceleración, teniendo en cuenta que:

$$a_y(t) = -\omega^2 \cdot y(t) \Rightarrow a_y(t)_{Max} = |-\omega^2| \cdot y(t)_{Max}$$

Y como los dos máximos consecutivos de la aceleración suceden en los instantes $t_0 = 0$ y $t_1 = 5$ s, por lo tanto: $\Delta t = t_1 - t_0 = T = 5$ s, es el período del oleaje.

b) A partir de la relación entre la aceleración y la posición, en el punto de máxima elongación indicado anteriormente, y teniendo en cuenta que $T = 2\pi/\omega$:

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} = 0.4\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}; \text{ y como: } a_y(t)_{Max} = |-\omega^2| \cdot y(t)_{Max} \Rightarrow 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = (0.4\pi)^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \cdot A \Rightarrow A = \frac{40 \text{ m}}{(0.4\pi)^2} = 25.33 \text{ m}$$

c) Dado que el movimiento oscilatorio que realiza la boya corresponde a un movimiento periódico armónico simple (M.A.S.), se tiene que la posición de la boya durante la oscilación vertical vendrá dada por la ecuación:

$$y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0); \text{ por lo tanto la velocidad de oscilación vertical: } v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = A \cdot \omega \cdot \text{cos}(\omega t + \varphi_0) \frac{\text{m}}{\text{s}}; \text{ y la aceleración:}$$

$$a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -\omega^2 \cdot y(t) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \text{ y de las condiciones iniciales de la gráfica: } a_y(t=0) = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\varphi_0) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}; \text{ luego:}$$

$$v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = 25.33 \cdot 0.4\pi \cdot \text{cos}\left(0.4\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 31.83 \cdot \text{cos}\left(0.4\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 31.83 \cdot \text{sen}(0.4\pi t) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow |v_y(t)|_{Max} = A \cdot \omega \cdot |\text{sen}(\omega t)| = A \cdot \omega = 31.83 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) La fuerza máxima aplicada verticalmente sobre la boya por las olas será:

$$F_{y_{Max}} = m_b \cdot a_y(t)_{Max} = m_b \cdot |-\omega^2| \cdot y(t)_{Max} = 25 \text{ kg} \cdot 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 1000 \text{ N}$$

Pregunta 6.

Una persona se encuentra parada en una acera y escucha el sonido de una ambulancia que asiste a los heridos implicados en un accidente de tráfico. La ambulancia tiene una sirena que emite un sonido con una frecuencia constante de 650 Hz. Justifica cómo percibiría la persona el tono de la sirena de la ambulancia, más agudo o más grave que el correspondiente a la frecuencia real de la sirena y determina la variación de la frecuencia recibida, para cada una de las siguientes situaciones:

- Si la ambulancia está estacionada. **(0.25 puntos)**
- Si la ambulancia se dirige al hospital, acercándose hacia la persona con una velocidad de 70 km/h. **(0.5 puntos)**
- Si la ambulancia acaba de pasar alejándose de la persona a dicha velocidad. **(0.5 puntos)**
- Si ahora la persona sale corriendo tras la ambulancia a una velocidad de 7 km/h. ¿Qué sucedería si sale corriendo en dirección opuesta, alejándose de la ambulancia? **(0.75 puntos)**

SOLUCIÓN:

a) El cambio de tono (más agudo o más grave) o de frecuencia percibido por el observador del sonido emitido por la fuente sonora, dependerá de las velocidades del movimiento relativo entre el emisor y receptor respecto del medio, fenómeno conocido como efecto Doppler, que establece:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + v_R}{v_s + v_E}; \text{ donde: } v_s = \text{velocidad del sonido, } v_R = \text{velocidad del observador (receptor), } v_E = \text{velocidad del foco emisor del sonido, respectivamente.}$$

Además, se establece el siguiente criterio de signos para las velocidades del receptor y emisor, en función de su movimiento relativo respecto al medio:

Si el receptor se acerca al emisor $\Rightarrow V_R > 0$; y $V_R < 0$ cuando el receptor se aleja del emisor.

Si el emisor se aleja del receptor $\Rightarrow V_E > 0$; y $V_E < 0$ cuando el emisor se acerca al receptor.

En el primer caso, si tanto el observador (receptor) como la ambulancia (emisor) están en reposo relativo: $V_R = V_E = 0$, y entonces:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + v_R}{v_s + v_E} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + 0}{v_s + 0} = f_{Emisor}$$

Cuando el emisor y el receptor están ambos parados, en reposo relativo, la frecuencia observada por el receptor es la misma que la emitida por la fuente sonora y, por tanto, el tono no cambia, por lo que la persona percibirá el sonido real que emite la sirena de la ambulancia.

b) En este caso, el emisor (ambulancia) se acerca a la persona (receptor) $\Rightarrow V_E < 0$, el cual permanece quieto en reposo $\Rightarrow V_R = 0$, luego:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + v_R}{v_s + v_E} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + 0}{v_s - v_E} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s}{v_s - v_E} > f_{Emisor}$$

Por lo que ahora, el receptor observará el sonido emitido por la fuente sonora con una frecuencia mayor que la emitida por la fuente, y, por lo tanto, la persona percibirá el sonido de la sirena con un tono más agudo que el real emitido por la ambulancia.

Además, el cambio en la frecuencia recibida por el observador será, teniendo en cuenta que la velocidad con que se acerca la ambulancia a la persona es $V_E = 70 \text{ km/h} = 19.44 \text{ m/s}$, y $V_R = 0$:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s}{v_s - v_E} = 650 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 19.44 \text{ m/s}} \approx 689.43 \text{ Hz}$$

Lo que justifica el aumento en la frecuencia (tono más agudo) del sonido de la sirena percibido por el observador.

c) Si ahora la ambulancia se aleja a la misma velocidad de la persona, que permanece en reposo, se tiene que: $V_E > 0$ y $V_R = 0$, por lo que el cambio en la frecuencia y tono percibidos por el observador serán, respectivamente:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + v_R}{v_s + v_E} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + 0}{v_s + v_E} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s}{v_s + v_E} < f_{Emisor}$$

Por lo que, en este caso, el receptor observará el sonido emitido por la fuente sonora con una frecuencia menor que la emitida por la fuente, y, por lo tanto, la persona percibirá el sonido de la sirena con un tono más grave que el real emitido por la ambulancia. Y el cambio en la frecuencia del sonido de la sirena percibida por la persona respecto de la real emitida por la ambulancia, que se aleja del observador en reposo, será:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s}{v_s + v_E} = 650 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \frac{m}{s}}{340 \frac{m}{s} + 19.44 \text{ m/s}} \approx 614.88 \text{ Hz}$$

Lo que justifica la disminución en la frecuencia (tono más grave) del sonido de la sirena percibido por el observador.

d) d₁: En este caso, el emisor se sigue alejando del receptor a la misma velocidad ($V_E > 0$), pero el observador se acerca hacia el emisor ($V_R > 0$) con una velocidad que es 10 veces menor: $V_E/V_R = 10$, por lo que se tendrá que:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + v_R}{v_s + v_E} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + 0.1 \cdot v_E}{v_s + v_E} < f_{Emisor}$$

Por lo que, en este caso, el receptor observará el sonido emitido por la fuente sonora con una frecuencia menor que la emitida por la fuente, y por lo tanto, la persona percibirá el sonido de la sirena con un tono más grave que el real emitido por la ambulancia, pero será menos grave (algo más agudo) que el del caso anterior.

Y el cambio en la frecuencia recibida por el observador:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s + v_R}{v_s + v_E} = 650 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \frac{m}{s} + 1.94 \text{ m/s}}{340 \frac{m}{s} + 19.44 \text{ m/s}} \approx 618.35 \text{ Hz}$$

Por lo que la frecuencia del sonido de la sirena percibida por el observador es menor que la real emitida por la ambulancia, pero algo mayor que la del caso anterior, cuando la persona estaba en reposo.

d₂: En este otro caso, el emisor se sigue alejando del receptor a la misma velocidad ($V_E > 0$), pero ahora el observador se aleja a su vez del emisor ($V_R < 0$) con una velocidad que es 10 veces menor: $V_E/V_R = 10$, por lo que se tendrá que:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s - v_R}{v_s + v_E} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s - 0.1 \cdot v_E}{v_s + v_E} < f_{Emisor}$$

Por lo que la frecuencia del sonido de la sirena percibida por el observador es mucho menor que la real emitida por la ambulancia respecto de los casos anteriores, y el tono del sonido percibido por la persona será mucho más grave. Y el cambio en la frecuencia recibida por el observador:

$$f_{Receptor} = f_{Emisor} \cdot \frac{v_s - v_R}{v_s + v_E} = 650 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \frac{m}{s} - 1.94 \text{ m/s}}{340 \frac{m}{s} + 19.44 \text{ m/s}} \approx 611.32 \text{ Hz}$$

Por lo que la frecuencia del sonido de la sirena percibida por el observador es mucho menor que la real emitida por la ambulancia, siendo la menor respecto de todos los casos anteriores, por lo que el tono con que la persona percibe el sonido la sirena de la ambulancia será el más grave de todos ellos. Se puede ordenar la relación de frecuencias percibidas por el observador en cada situación, respecto de la emitida por la sirena de la ambulancia, de menor a mayor:

$$f_R^{d2)} < f_R^{c)} < f_R^{d1)} < f_R^{a)} = f_{ambulancia} < f_R^{b)}$$

+Grave

+Agudo

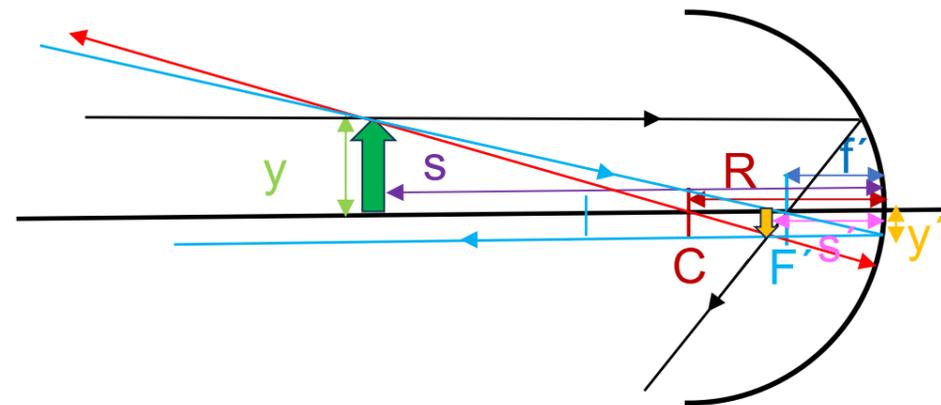
Pregunta 7.

En una feria de atracciones instalan un espejo esférico cóncavo que tiene un radio de curvatura de 40 cm. Un ilusionista realiza una actuación colocando una botella de 10 cm de altura a una distancia de 100 cm frente al espejo.

- Realiza el diagrama de rayos que represente la situación descrita. **(1 punto)**
- Determina la posición de la imagen formada de este objeto e indica si la imagen es real o virtual. **(0.5 puntos)**
- Determina la altura de la imagen formada del objeto, indicando si es directa o invertida. **(0.5 puntos)**

SOLUCIÓN:

a) Al ser un espejo esférico cóncavo, $f' < 0$. La distancia a la que se coloca la botella también es negativa ($s < 0$), y en este caso mayor que el radio de curvatura del espejo, por lo que la imagen será de menor tamaño que el objeto y real ($s' < 0$). El diagrama de rayos correspondiente será:



La imagen formada será real, de menor tamaño que el objeto e invertida.

b) Siendo $R = -0.4$ m, $s = -1$ m, la posición, s' , a la que se forma la imagen de la botella será, a partir de la ecuación fundamental para espejos esféricos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{(-0.2)} - \frac{1}{(-1)} = 1 - \frac{1}{0.2} = -\frac{0.8}{0.2} = -4 \Rightarrow s' = -\frac{1}{4} \text{ m} = -0.25 \text{ m}$$

Por lo que la imagen formada de la botella es real.

c) Como la botella mide 10 cm, el tamaño de la imagen formada será entonces:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{0.1} = -\frac{-0.25}{-1} \Rightarrow y' = -0.025 \text{ m}$$

Por lo que la imagen formada de la botella tiene menor tamaño que el objeto y está invertida.

Pregunta 8.

En una experiencia de laboratorio se pretende determinar el índice de refracción de un vidrio. Para los distintos ángulos de incidencia de un rayo de luz monocromática que incide desde el aire sobre la superficie del vidrio problema, se han medido los valores experimentales del correspondiente ángulo de refracción. En la tabla adjunta se recogen los respectivos valores de la función seno para cada par de ángulos relacionados en la experiencia.

- a) Calcula la relación entre los índices de refracción de ambos medios y justifica si la luz viaja a mayor o menor velocidad en el vidrio problema o en el aire. **(1 punto)**
 b) En el caso de que un rayo de luz que viaja por el interior del vidrio incida en la superficie de separación con el aire, justifica si es posible que el rayo no pueda salir del vidrio. **(1 punto)**

sen(i)	sen(r)
0	0
0.26	0.17
0.5	0.33
0.71	0.47
0.87	0.58
0.97	0.65
1	0.67

SOLUCIÓN:

a) A partir de los valores de los ángulos de incidencia y de refracción medidos experimentalmente, se obtiene la pendiente de la gráfica correspondiente a la 2ª de ley de Snell que determina la relación entre los índices de incidencia y de refracción de los dos medios:

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{sen}(\varphi_i) = n_{\text{vidrio}} \cdot \text{sen}(\varphi_r) \Rightarrow \text{sen}(\varphi_r) = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{vidrio}}} \cdot \text{sen}(\varphi_i)$$

Teniendo en cuenta los valores experimentales obtenidos de la tabla y calculando el valor medio de la relación entre los índices de refracción de los dos medios:

$$\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{vidrio}}} = \frac{\text{sen}(\varphi_r)}{\text{sen}(\varphi_i)} \cong 0.67; \text{ se obtiene la relación entre las velocidades de la luz en cada medio:}$$

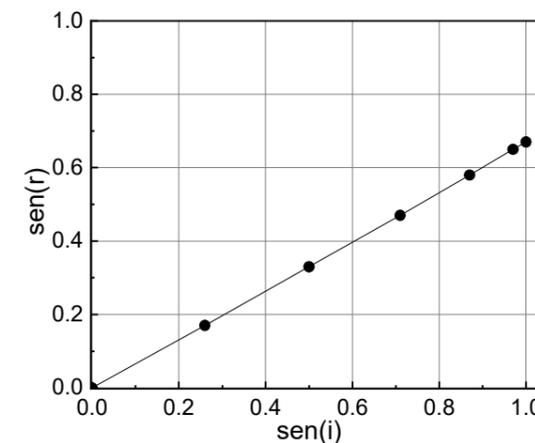
$$\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{vidrio}}} = \frac{c/v_{\text{aire}}}{c/v_{\text{vidrio}}} = \frac{v_{\text{vidrio}}}{v_{\text{aire}}} = 0.67 \Rightarrow v_{\text{vidrio}} = 0.67 \cdot v_{\text{aire}} \Rightarrow v_{\text{vidrio}} < v_{\text{aire}}$$

A partir de esta relación se puede afirmar que la luz viaja a menor velocidad por el vidrio problema que por el aire.

b) Al viajar el rayo por el vidrio, que es un medio con mayor índice de refracción que el aire: $n_{\text{vidrio}} = \frac{n_{\text{aire}}}{0.67} = 1.49 n_{\text{aire}}$, existe un ángulo de incidencia denominado ángulo límite, $\varphi_i \Rightarrow \varphi_r = 90^\circ$, a partir del cual todos los rayos que incidan en la superficie de separación del vidrio y el aire no podrán refractarse, quedando confinados en el interior del vidrio.

$$n_{\text{vidrio}} \cdot \text{sen}(\varphi'_L) = n_{\text{aire}} \cdot \text{sen}(90^\circ) = n_{\text{aire}} \Rightarrow \text{sen}(\varphi'_L) = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{vidrio}}} = 0.67 \Rightarrow \varphi'_L = \text{arcosen}\left(\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{vidrio}}}\right) = \text{arcosen}(0.67) = 42^\circ$$

Para el vidrio problema, todos los rayos que viajen por él e incidan sobre la superficie de separación con el aire con ángulos superiores a 42° no podrán seguir propagándose por el aire, continuando por el vidrio.

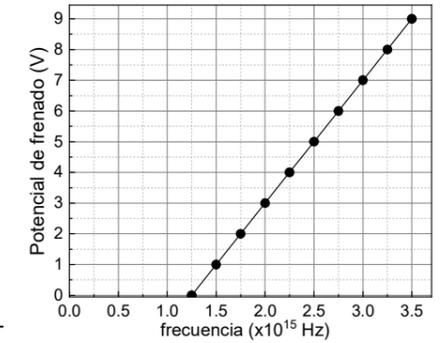


sen(i)	sen(r)	sen(r)/sen(i)
0	0	
0.26	0.17	0.65
0.5	0.33	0.66
0.71	0.47	0.66
0.87	0.58	0.67
0.97	0.65	0.67
1	0.67	0.67

Pregunta 9.

La gráfica adjunta representa el potencial de frenado para el Co en función de la frecuencia de la radiación incidente que ilumina la superficie del metal.

- Determina la longitud de onda umbral a la que se obtiene el efecto fotoeléctrico del metal. **(0.5 puntos)**
- Calcula el valor del trabajo de extracción para dicho metal. **(0.5 puntos)**
- Si se irradia el metal con una luz de frecuencia 2×10^{15} Hz, calcula a partir de la gráfica, cuál sería la energía cinética máxima del electrón arrancado. **(1 punto)**



SOLUCIÓN:

- En la gráfica adjunta se puede ver que la mínima frecuencia o frecuencia umbral de la radiación con que se ilumina el Co para la que se obtiene efecto fotoeléctrico es: $\nu_0 = 1.25 \times 10^{15}$ Hz, que corresponde al valor de la frecuencia a la que se anula el potencial de frenado. De la relación entre la longitud de onda de la luz y su frecuencia correspondiente, se tiene que la longitud de onda umbral será:

$$c = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{1.25 \cdot 10^{15} \text{ Hz}} = 2.4 \cdot 10^{-7} \text{ m} \equiv 240 \text{ nm}$$

- Teniendo en cuenta que para que se produzca efecto fotoeléctrico, la frecuencia de la radiación incidente debe ser mayor o igual que la frecuencia umbral del metal, el punto de la gráfica donde se anula el potencial de frenado nos da el valor de dicha frecuencia umbral: $\nu_0 = 1.25 \times 10^{15}$ Hz.

Y el trabajo de extracción del Co será entonces para dicha frecuencia umbral ν_0 :

$$W = h \cdot \nu_0 \Rightarrow W = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot 1.25 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \approx 8.29 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- A partir de la gráfica se obtiene que el potencial de frenado correspondiente a la frecuencia de 2×10^{15} Hz de la luz con que se irradia el Co es $V_{\text{frenado}} = 3$ V. Por lo tanto, en este caso los electrones emitidos por el metal saldrán impulsados con cierta energía cinética, cuyo máximo valor se puede calcular a partir de la relación entre las energías del fotón de la radiación incidente y el trabajo de extracción del material, o bien directamente empleando el valor del potencial de frenado obtenido de la gráfica, que representa la energía necesaria a aplicar para detener el electrón emitido con dicha energía cinética máxima:

$$V_{\text{frenado}} = 3 \text{ V} \Rightarrow e^- \cdot V_f = E_C \equiv 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3 \text{ V} = 4.8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

O bien, de otro modo:

$$E = h \cdot \nu = W + E_C \Rightarrow E_C = h \cdot \nu - W = h \cdot \nu - h \cdot \nu_0 = h \cdot (\nu - \nu_0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{C_{\text{Max}}} = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot (2 - 1.25) \cdot 10^{15} \text{ Hz} \approx 4.97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Pregunta 10.

En el LHC (Large Hadron Collider) del CERN se trabaja en la detección y estudio de los muones, que son un tipo de leptón, empleados para radiografiar las pirámides de Egipto y con potenciales aplicaciones en la catálisis de reacciones de fusión nuclear o en la detección de tumores malignos. Para su obtención, se realizan colisiones de haces de protones, con una energía total de 14 TeV (la máxima soportada actualmente por el LHC). Calcula:

- a) La energía cinética de uno de los protones si toda esa energía está asociada a la colisión de dos de ellos. **(1 punto)**
b) La masa y la cantidad de movimiento relativista de cada uno de los protones. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

a) Si la energía total en la colisión de los haces de protones es de 14 TeV, cada protón tendrá una energía de 7 TeV, por lo que, en unidades del sistema internacional, se tendrá para cada protón:

$$E = 7 \text{ TeV} \cdot \frac{10^{12} \text{ eV}}{1 \text{ TeV}} \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1.12 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

La energía de la masa en reposo del protón será:

$$E_{p_0} = m_p \cdot c^2 \Rightarrow E_{p_0} = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \times (3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 \approx 1.503 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Y la energía cinética, a partir de la relación entre las energías de colisión y la de reposo del protón:

$$E = E_{p_0} + E_C \Rightarrow E_C = E - E_{p_0} \approx 1.12 \cdot 10^{-6} \text{ J} - 1.503 \cdot 10^{-10} \text{ J} \approx 1.12 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

b) A partir de la relación entre las energías, también se puede obtener: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$:

$$E = E_{p_0} + E_C \Rightarrow \gamma \cdot E_{p_0} = E_{p_0} + E_C \Rightarrow \gamma - 1 = \frac{E_C}{E_{p_0}} \Rightarrow \gamma = 1 + \frac{E_C}{m_{p_0} \cdot c^2} \approx 1 + \frac{1.12 \cdot 10^{-6} \text{ J}}{1.503 \cdot 10^{-10} \text{ J}} \approx 7453$$

La masa relativista del protón será entonces:

$$m_p = \gamma \cdot m_{p_0} \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \times 7453 \approx 1.245 \cdot 10^{-23} \text{ kg}$$

La cantidad de movimiento o momento lineal de cada protón, $p = m v = \gamma m_0 v$, se puede obtener también a partir de la relación con las energías:

$$E^2 = E_{p_0}^2 + (p \cdot c)^2 \Rightarrow p = \sqrt{\frac{E^2 - E_{p_0}^2}{c^2}}, (E_{p_0} \ll E) \Rightarrow p \approx \frac{E}{c} \Rightarrow p = \frac{1.12 \cdot 10^{-6} \text{ J}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 3.73 \cdot 10^{-15} \text{ kg m s}^{-1}$$